平成 21 年度修士論文

GPU を用いた流体－構造体連成解析法の構築とその声門波生成過程のシミュレーションへの適用

Construction of an Analysis Method for the Fluid-Solid Coupling Problem using GPU and its Application to the Voice Production Simulation

指導教員　鏑木 時彦 准教授

九州大学 大学院 芸術工学部府　コミュニケーションデザイン科学コース

平成 20 年度入学

学籍番号：2DS08037M　山本 和彦

Kazuhiko Yamamoto

概要

有声音の音源である声門波は, 流体である呼気流と弾性体である声帯の運動の相互作用によって生成される。左右の声帯は呼気流によって駆動され大変形を伴った運動をし, またそれによって呼気流の流路が動的に変形, 閉鎖する。さらに, 声門流は高レイノルズ数の流れであるという特徴がある。従って, 声門波の生成の過程をシミュレートすることは最も難しいマルチフィジックス問題の一つであると言える。この物理的なメカニズムを明らかにするために, 従来, ２質量モデルに代表されるような低自由度系の物理モデルが数多く提案されてきたが, 極端に単純化されたモデルでは, 大変形を伴って運動する声帯の様々な形状による呼気流へ影響を考慮できず, また, 圧縮性の低い声帯組織特有の剪断運動や, その構造が表現できないという問題があった。そこで, 本研究では, 声帯を連続的な構造体, 呼気流を流体としてその基礎方程式を数値的に解くことによって, まず柔軟な状況に対応し得る構造体-流体連成解析手法を一般的に構築したのち, 声門波生成過程のシミュレーションに適用する。提案手法においては, 構造体を粘性損失を含む直交異方性弾性体の運動方程式で表現し, MPS 法 (Moving Particles Semi-Implicit Method) を用いて離散化する。また流体においては, 圧縮性 Navier-Stokes 方程式で表現し, FDLB 法 (Finite Difference Lattice Boltzmann Method) 圧縮性熱流体モデルによって計算を行う。さらにこれらの間で完全に運動量の総和が保存される連成を行うことによってその相互作用を計算する。非常に計算コストが高く, 通常は膨大な計算時間を要するこれらの計算は GPU(Graphics Processing Unit) を用いて並列化されており, インタラクティブな速度で実行可能となっている。提案手法を声門波生成過程のシミュレーションに適用した結果, 呼気の流れや様々な声帯形状による声門波の挙動の変化を, インタラクティブに可視化することが可能となり, 現実に実験することが非常に困難な声門波生成の過程の様子を予測するために有用なシミュレーターが構築できた。

目次

第 1 章　序論 1

第 2 章　理論 7

2.1　直交異方性弾性体の物理モデル 7

2.2　MPS 法による離散化 10

2.3　圧縮性熱流体の物理モデル 20

2.4　流体ー構造体連成法 25

第 3 章　実験 37

3.1　実装 37

3.2　精度の検証 46

3.3　計算速度 49

3.4　声門波生成過程のシミュレーションへの適用 50

第 4 章　総括 97

4.1　まとめ 97

謝辞 99

参考文献 100

第 1 章

序論

人間の発声のメカニズムは, 音源波の生成, 声道内での音響伝搬, 口唇からの音響放射の 3 段階から成り立つ。この中で特に音源生成のメカニズムは, 流体である呼気流と弾性体である声帯の相互作用から成り立っており, その複雑さゆえに十分に解明されていない部分が多い。こうした声帯の運動を物理モデルを用いて表現することは, 音声合成のための音源や直接的な観測の難しい声帯の研究に役立つ他, 一般的には流体と構造体の相互作用を明らかにしてくことと等価であるので, 流体騒音の数値解析や管楽器演奏時の奏者の唇やリードの振動などの研究にも応用することができる。

しかしながら, 通常発声時, 左右の声帯は呼気流によって駆動され大変形を伴った運動をし, またそれによって呼気流の流路が動的に変形するほか, 閉じられもする。さらに, 声門流は一般的に解析が困難であるとされる高レイノルズ数の流れであり, また声帯間の衝突も考慮する必要がある。従って, 声門波の生成の過程を物理モデルで表現し, シミュレーションすることは最も難しいマルチフィジックス問題の一つであると言える。

この声帯と呼気流の相互作用による音源生成のメカニズムを解明するため, 石坂-Flanagan による 2 質量モデル [1] や Story-Titze による 3 質量モデル [2] を始めとする数多くの低自由度モデルが考案されてきた。この 2 質量モデルでは, バネとダンパーで接続された 2 つの質量で声帯が表現されており, 呼気流に関しては数学的に解析解を導きだしてその相互作用を計算することで, 声帯運動の基本的な挙動の解明に大きな役割を果たした。さらに 3 質量モデルでは, 声帯の生理学的構造の大まかな特徴を, 2 質量モデルの拡張により表現することに成功した (図 1.1 左図)。

しかし, こうした低自由度のモデルは問題を簡単にするために現実にはあり得ない多くの数学的な仮定の上で構築されており, さらに声門形状も不連続に離散化されることとなるので, 大変形を伴って運動する声帯の様々な形状による呼気流への影響を考慮できない, という問題がある。

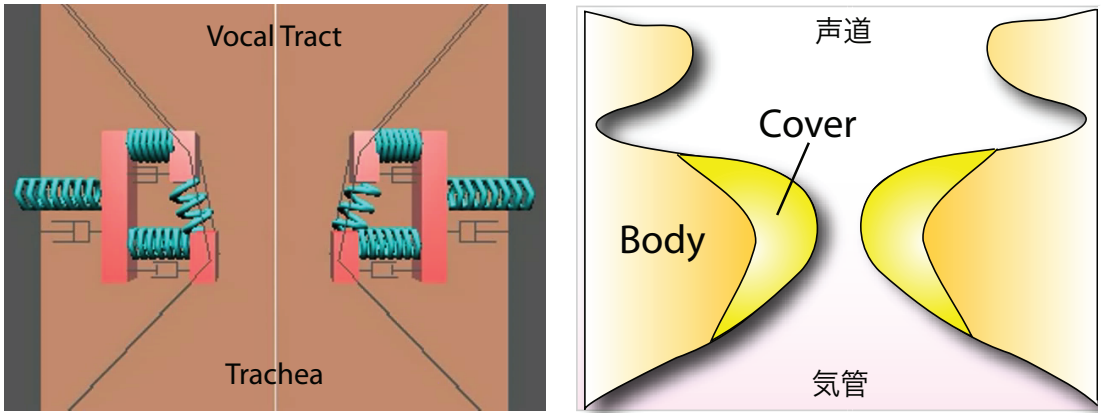

図 1.1　左図:: 声帯の 3 質量モデル, 右図:: 声帯の Body-Cover 構造による表現

特に, 声門流では流れの剥離という現象が起きることが分かっており, 声門形状が divergent か convergent かにより流れの剥離位置が変化し, 声門内での圧力分布に大きな影響を及ぼすので, 声門流路を連続的に表現することは重要である [3]。また流体は本質的に非線形な運動をするため, 数学的な解析解を導きだすためには問題を極端に簡易化しなくてはならず, そうして得られた解はごく限られた状況下でのみ成り立つ。さらに, 声帯組織は圧縮性が小さく, その運動は剪断運動が支配的となるが, 単純なばね-質点系ではこの特質を表現できないなどの問題もあり, 構造を簡略化したことによる弊害は非常に大きい。

そこで, 本研究ではまず, 声帯を構造体, 呼気流を流体そのものとして声門波生成過程の問題から一度離れ, それぞれの支配方程式を忠実に解き, 連成させる手法を構築したのち, 声帯, 声門の形状に適用することで通常発声時の音源生成過程のシミュレーションを行うことを試みる。変形可能な構造体と流体を同時に解析し, さらにその相互作用を考慮する解析方法は過去にも数種類提案されているが, 未だ確立された手法というものは存在せず, さらにそれらの手法では本研究の目的としている声門波生成過程のシミュレーションを動的に行うためにはいくつかの課題が存在するため, 本研究では, 新たに柔軟な連成解析手法の提案から行う。

構造体, 流体に限らず連続体をコンピュータ上で解析する方法には Eulerian(図 1.2 左図) と Lagrangian(図 1.2 右図) の 2 種類の離散化方法が存在する。Eulerian では, 計算点を世界座標に固定して支配方程式の離散化を行い, 逆に Lagrangian では計算点そのものを現象に伴って移動

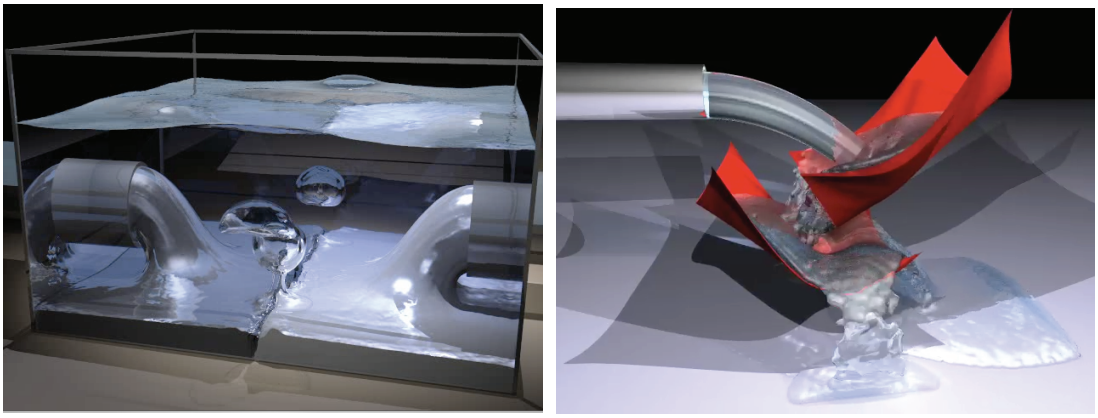

図 1.2　左図:: Eulerian による計算例 (Ron Fedkiw), 右図:: Lagrangian による計算例 (Takahiro Harada)

させながらシミュレーションを行う。Eulerian では移流による数値拡散の問題や, 複雑な境界を扱うことができないなどの短所があり, Lagrangian では広い計算領域を扱うと計算コストが高くなってしまうという短所がある。

複雑な状況への対応の柔軟さという観点から考察すると, 構造体は空間を自由に移動できるように Lagrangian で表現することが好ましい。また今回の最終的な目的としている空気の流れのように空間全体を満たすような流体に関しては Eulerian で表現することが好ましいと考えられる。よって, 本研究では, 構造体を Lagrangian, 流体を Eulerian で表現し, それぞれに全く異なる解析手法を導入し, その相互作用を考えることとする。

まず, 構造体に関しては, 最終的に声帯の振動解析に利用するためには, その振動時の大変形に耐えられる手法であることが必要である。従来, 構造解析手法としては, 有限要素法が一般的に用いられ, その精度に関しても多くの検証が行われているが, 有限要素法に代表されるような構造体をメッシュで分割して計算を行う手法では, 大変形時に格子が破綻してしまうという問題がある。そうした変形に対応するためにメッシュの再分割という方法もあるが, 計算コスト, 格子生成の労力は共に高価であり, 複雑な 3 次元構造体に適用するのは容易ではない。また, 複雑な 3 次元形状に対して完全に自動的にメッシュの生成を行うアルゴリズムは現時点では存在しておらず, プリプロセスに多大の労力を要するという問題もある。そこで, 本論では粒子法の一種である MPS 法 (Moving Particles Semi-Implicit Method)[7] を採用することにした。粒子法では, 連続体を自由に動くことのできる相互作用を持った粒子の集合として表し, 計算点そのものを移動させながら計算するので, 大変形を伴う運動でも安定した計算が可能である。

次に, 流体に関しては, 流路が大きく変形し, 境界の移動によって計算点がつぶれるような場合にも対応でき, さらに高レイノルズ数流れに強い手法を導入する必要がある。これに対応するため, 本論では, 複雑な境界の処理に強く, さらに高レイノルズ数流れにおいても多くの解析実績のある FDLB 法 (Finite Difference Lattice Boltzmann Method) の圧縮性熱流体モデル [13] を流体を解析する手法として導入する。FDLB 法は, 格子ボルツマン法に差分スキームを導入した解析手法であり, 近年, この手法を用いて流体の支配方程式である圧縮性 Navier-Stokes 方程式を直接解く (Direct Numerical Simulation) ことによって, 流体音の解析が数多く行われている [14]。

最後に, MPS 法で表現された構造体と FDLB 法で表現された流体を連成させる。構造体と流体を連成させてシミュレートする手法は大きく弱連成と強連成の 2 種類に分類される (図 1.3)。従来提案されてきたほとんどの方法は弱連成の形をとっており, まず, 構造体を固定しておき, その表面で表される境界を使って流体の流れを計算する。流体の計算を行った後に今度は流体の運動を固定し, 構造体の表面での圧力を計算して構造体に対する外力として加える, という流れで計算を行っている [20]。この弱連成では構造体と流体それぞれに任意のシミュレーション手法を用いることができ, かつ計算コストも低いという利点があるが, 流体から構造体に入り込む運動量と構造体から流体側に流れ込む運動量の総和が保存されるという保証がなく, どちらか片方に過剰な外力が働いてしまい, 時間ステップを過剰に小さく設定しなければ計算が破綻してしまうという問題がある [21]。また, このことはシミュレーションの精度を著しく低下させる要因にもなっている。

一方, 強連成では, ALE 法 (Arbitrary Lagrangian Eulerian Method)[18] に代表されるように, 構造体と流体をまず統合された支配方程式でまとめて表現した後に, その境界条件を考慮した上で構造体, 流体を同じ構造で離散化し巨大な連立方程式として系全体を一度に解いている [21]。現在, 高い精度を必要とされるシミュレーションの多くにこの方法が用いられており, いくつかの問題ではその精度は非常に高いと検証されている [11]。しかしながら, 構造体と流体を統合された支配方程式でまとめて表現することや, 同じ構造で離散化することが不可能な状況も存在し, 複雑な状況へ適用されることはほとんどない。特に, 代表的な ALE 法では格子がつぶれてしまう場合に計算が破綻してしまうほか, そもそも初期化時のメッシュ生成に多大な労力がかかるという問題もある。また, 構造体, 流体を統合した巨大な連立方程式を陰解法を用いて解き, 時間更新を行うので, 計算コストが非常に高く, 複雑な状況では現実的な計算時間でシミュレーション

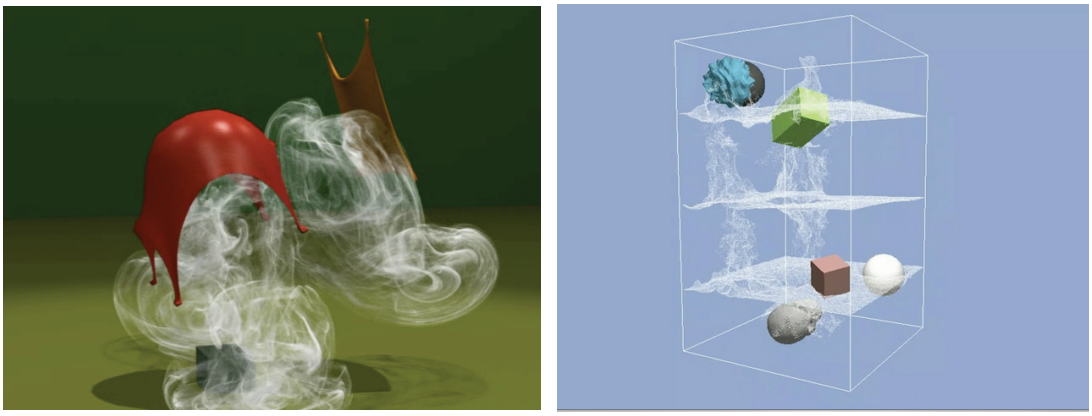

図 1.3　強連成と弱連成の例 (左図:: 強連成 Chentanez, 右図:: 弱連成 R. Bridson)

を行うことが不可能となるという問題がある。

このように弱連成, 強連成それぞれに長所と短所が存在するが, 本研究では, 流体を Eulerian, 構造体を Lagrangian で表現し, かつそれぞれ全く別々の手法を用いて計算を行い連成させるという柔軟性の高い手法を構築するために, 弱連成を採用する。しかし, このままでは弱連成の大きな短所として連成時の移流する運動量の総和が保存されないために, 時間刻みの大きさに制限がかかり安定性が低下することと, 計算精度が非常に低いという問題が残る。そこで, 本研究では系全体で運動量の総和が保存されるように連成時の定式化を行うため, 構造体と流体, 両者の方程式を境界を囲んだ領域で一つに統合し, まとめて解く, という手法を提案する。これは, 構造体を囲んだ領域にて運動量の受け渡しが等価となるように定式化を行うことで, Lagrangian で表現された構造体と Eulerian で表現された流体という全く別々の表現方法で離散化された物質間において運動量を保存した連成を行うことができる手法である。この方法は弱連成に大別されるが, 従来の弱連成法に比べ, 大幅に精度が向上し, シミュレーション自体も安定するということが期待できる。

こうした連続体の数値計算は一般的に複雑な状況を扱えば扱うほど計算コストが高くなり, 膨大な計算時間を要し, ただ計算結果を得ることだけに多大な時間と労力が損なわれることになる。そこで, 本研究では柔軟な解析手法の構築を行うだけではなく, GPU(Graphics Processing Unit) を用いてアルゴリズムの特に並列化による高速化を行い, 計算させながら結果を表示させること

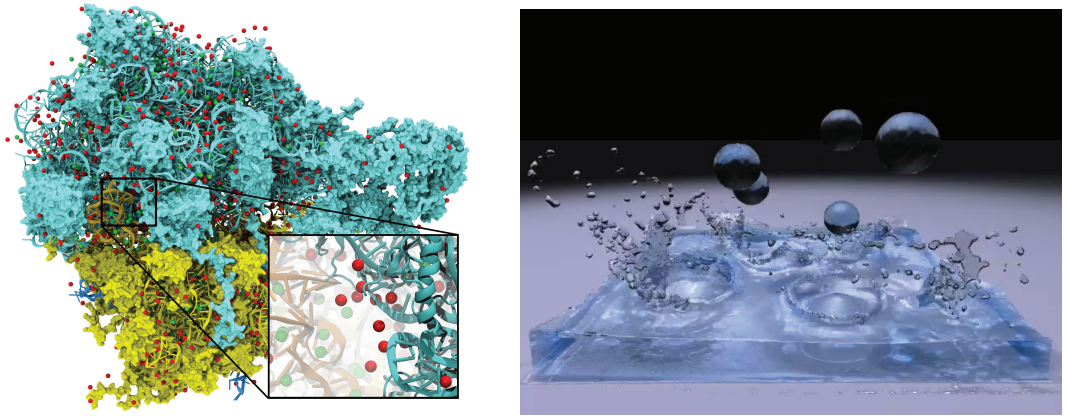

図 1.4　左図:: GPU を用いたバクテリアの構造解析 (Leonardo Trabuco et al.), 右図:: GPU を用いた流体計算 (Takahiro Harada)

で待ち時間をなくし, 各パラメータを操作しながらのシミュレーションを可能とする。

GPU とは Graphics Processing Unit の略で主にグラフィックスの処理を専門とするプロセッサであり, パソコンのグラフィックボードやゲーム機等に搭載されている。しかしながら近年, その優れた並列処理能力を純粋なグラフィック用途以外にも利用する GPGPU(General Purpose Computation on GPUs) という分野が確立しつつある [25]。GPU を凡用計算に利用することは PC クラスタやスーパーコンピューター等の他の並列システムを利用することに比べ, 低コスト, 高性能, 将来性, 一般性があるなどのメリットがある。

計算の著しい高速化は待ち時間を減少させるばかりではなく, その副産物としてインタラクティブ性を付加することが可能となる。インタラクティブ性が付加されることで, 今まで計算結果を得ることだけで手一杯であった問題の研究が飛躍的に進む可能性がある (図 1.4)。

本論ではまず第 2 章で構造体 (特にここでは弾性体) と流体を物理モデル化し, それぞれ離散化する理論について説明し, さらにそれらを通常の弱連成法のアプローチで連成させる理論とその問題点について述べ, それを解決するための運動量の総和を保存させて連成させる手法について説明する。第 3 章でその理論の GPU 上での実装を行い, 2 次元と 3 次元での声門波生成過程のシミュレーションに適用し, それらによって得られた結果について述べ, 最後に第 4 章で本研究の考察を示す。

第 2 章

理論

2.1 直交異方性弾性体の物理モデル

本節では, 構造体を連続体としてモデル化するため, 直交異方性弾性体の構成式を導出する。直交異方性弾性体とは, 物理的性質が各軸方向によって異なっている弾性体である。等方性弾性体ではなく直交異方性弾性体を扱うことで, 生体組織のようにある一方向にのみ筋組織が走行しているために, 変形に対する応力のかかり方が軸方向によって変化するような物質に簡単に対応することができるという利点がある。

$\vec{\Psi} = (\xi, \psi, \zeta)$ を変位とすると, 3 次元連続体の微小変位に対する線形運動方程式は, 一般に以下のように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x}\sigma_x + \frac{\partial}{\partial y}\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zx} = \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\xi \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y}\sigma_y + \frac{\partial}{\partial z}\tau_{yz} = \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\tau_{zx} + \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z}\sigma_z = \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\zeta \tag{2.3}$$

ここで, σ, τ はそれぞれ, 法線応力, 接線応力 [dyn/cm^2], ρ は密度 [g/cm^3] である。上式は応力と変位に関する方程式であるが, 応力を歪み ε との関係を用いて表すことで, 変位のみを変数と

する方程式に書き換えることができる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

$\mathbf{C}$ は剛性行列であり, 6 行 6 列の対称行列で与えられる。
ここで, 直交異方性弾性体を考えると,

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C_1} & O \\ O & \mathbf{C_2} \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

ただし, O は 3 行 3 列のゼロ行列, C_1 と C_2 は以下の 3 行 3 列のそれぞれ対称行列と対角行列である。

$$\mathbf{C_1} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{C_2} = \begin{pmatrix} c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

$\mathbf{C_1}$ の成分については各軸方向のヤング率 $E[\mathrm{dyn/cm^2}]$ とポアソン比 ν を用いて,

$$\mathbf{C_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_x} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{Ey} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} \end{pmatrix}^{-1} \tag{2.8}$$

のように表すことができる。
また, c_{44} から c_{66} は各軸方向のせん断係数 $[\mathrm{dyn/cm^2}]$ であり, 等方性の場合と同じようにヤング

率, ポアソン比と以下のような関係がある。

$$\mathbf{C_2} = \begin{pmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.10}$$

さらに, 変位とひずみの間には, 一般的に以下のような関係がある。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial\xi/\partial x \\ \partial\psi/\partial y \\ \partial\zeta/\partial z \\ \partial\psi/\partial x + \partial\xi/\partial y \\ \partial\zeta/\partial y + \partial\psi/\partial z \\ \partial\xi/\partial z + \partial\zeta/\partial x \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

以上の議論より, 式 (2.1)〜(2.3) の運動方程式は, 変位に関する方程式として, 以下のように書き表される。

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{44} & c_{66} \\ c_{44} & c_{22} & c_{55} \\ c_{66} & c_{55} & c_{33} \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

$$\vec{T}(\vec{\Psi}) = \nabla \cdot \Big((\mathbf{C_1} + \mathbf{K})\vec{\Psi}) - 2\nabla(\mathbf{C_1}\vec{\Psi}) \Big) \tag{2.13}$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\Psi} = \mathbf{K}\Delta\vec{\Psi} + \nabla\vec{T} \tag{2.14}$$

ここで Δ, ∇, $\nabla\cdot$ は, それぞれラプラシアン, 勾配, 発散を表す記号である。
さらに粘性効果を考慮すると, 結果的に運動方程式は, 粘性率を η として以下のように与えられる。

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\Psi} = \mathbf{K}\Delta\vec{\Psi} + \nabla\vec{T} + \eta\Delta\frac{\partial}{\partial t}\vec{\Psi} \tag{2.15}$$

本研究では上式を構造体の支配方程式として離散化を行う。

2.2 MPS 法による離散化

MPS 法 (Moving Particles Semi-Implicit Method) は越塚らによって非圧縮性流体の解析手法 [7] として提案された, 物体や流体を粒子の集合で表現してその支配方程式の計算を行う手法である。MPS 法の等方性弾性体への適用は Song ら [10] によって行われ, 陽解法を用いた弾性体シミュレーションの解析手法が確立された。また, 福富らは 3 次元の各軸のうち, 一つの軸方向のみ異方性であるとして 2 次元の弾性体の支配方程式を導出し, MPS 法を用いて声帯振動のシミュレーションを行った [6]。

MPS 法では支配方程式として線形な方程式を用いていたとしても幾何学的非線形性を考慮することができるほか, 完全な Lagrangian であり, メッシュの再分割等の再初期化も必要ないため, 大変形解析への対応が容易となる。本研究では構造体として直交異方性弾性体の支配方程式を用い, その離散化手法として MPS 法を適用する。

2.2.1 粒子間相互作用モデル

MPS 法では物体を相互作用を持った自由に移動できる粒子の集合として表現する。式 (2.15) を離散化するには同式のラプラシアン, 勾配, 発散といった微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルをそれぞれ適用すればよい。粒子間相互作用モデルは, それぞれ以下の式 (2.16)〜(2.18) のように表される。

$$\Delta\phi_i = \frac{2d}{\kappa n_0}\sum_{j\neq i}\Big((\phi_j-\phi_i)w(|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i|)\Big) \tag{2.16}$$

$$\nabla\phi_i = \frac{d}{n_0}\sum_{j\neq i}\left(\frac{\phi_j-\phi_i}{|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i|^2}(\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i)w(|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i|)\right) \tag{2.17}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u}_i = \frac{d}{n_0}\sum_{j\neq i}\left(\frac{(\mathbf{u}_j-\mathbf{u}_i)\cdot(\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i|^2}w(|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i|)\right) \tag{2.18}$$

ここで, i や j は個々の粒子につけられたインデックスであり, また互いに近傍に存在する粒子がそれぞれ位置ベクトル r_i, r_j, スカラ量 ϕ_i, ϕ_j, ベクトル量 $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{u}_j$ を保持しているとする。また,

$d(=3)$ は次元数, κ は数値的な発散に対応するための以下の係数である [8]。

$$\kappa = \frac{\sum_{j \neq i} |r_j - r_i|^2 w(|r_j - r_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|)} \tag{2.19}$$

また, $w(r)$ は, 粒子間距離としたとき, 下式で定義される粒子間重み関数である。

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - 1 & (0 \leq r \leq r_e) \\ 0 & (r_e < r) \end{cases} \tag{2.20}$$

この重み関数は, 弾性体の場合は粒子の初期配置での値が常に用いられ [10], ある 2 個の粒子間の距離が閾値 r_e より小さい場合にのみ, 粒子間での相互作用が生じる。すなわち, 上記の粒子間モデルは, 近傍の粒子にのみ適用される。また n_0 は, 初期粒子配置での粒子数密度である。粒子数密度は次式で定義されるように, 重み関数の和をとることで計算される。

$$n = \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) \tag{2.21}$$

2.2.2 衝突力

本研究では複数の物体が衝突したときの衝突力として MPS 法標準の粒子数密度の変化を用いた手法ではなく, 個別要素法 (Distinct Elements Method) のモデル [9] を用いる。

粒子 i と粒子 j が衝突しているかどうかの判定としては, 2 つの粒子間の距離を d_{ij}, 粒子の直径を l_0 とすると, $d_{ij} < l_0$ の場合に衝突しているとする。

個別要素法では衝突力は反発力と摩擦力, 減衰力の和として表される。

まず, 衝突力について考える。衝突されたと判定された粒子 i, j の相対位置ベクトルを

$$\vec{x}_{ij} = \vec{x}_j - \vec{x}_i \tag{2.22}$$

とすると, そののめり込み量は

$$c_{ij} = l_0 - d_{ij} \tag{2.23}$$

である。ここで反発係数を k とすると, 粒子 i に働く反発力 F_n は

$$F_n = -kc_{ij}\vec{N} \tag{2.24}$$

となる。ここで, $\vec{N}$ は衝突点での法線方向である。

$$\vec{N} = \frac{\vec{x}_{ij}}{|\vec{x}_{ij}|} \tag{2.25}$$

一方粒子 j には F_n と逆向きの反発力が生じる。

摩擦力に関しては, 最初に 2 つの粒子 i, j が衝突した地点からの剪断方向のずれに応じた力を加える。まず, 粒子 i, j が最初に衝突したと判定されたときの衝突点 c は, その時点でのそれぞれの位置 r_i^*, r_j^* を用いて,

$$c = \frac{1}{2}(r_i^* + r_j^*) \tag{2.26}$$

と表される。このときの粒子位置から衝突点までの相対位置ベクトルはそれぞれ

$$r_{ic}^* = c - r_i^* \tag{2.27}$$

$$r_{jc}^* = c - r_j^* \tag{2.28}$$

となり, その時点での粒子 i, j の回転行列を R_i^*, R_j^* とすると, 回転がない場合のこの相対位置ベクトルの初期値 $r_{ic,init}$, $r_{jc,init}$ はそれぞれ,

$$r_{ic,init} = R_i^{*-1} r_{ic} \tag{2.29}$$

$$r_{jc,init} = R_j^{*-1} r_{jc} \tag{2.30}$$

となる。この値を用いて, 現時点での衝突点のずれ c_{ij} は現在の回転行列 R_i, R_j を用いて,

$$c_{ij} = (r_j + R_j r_{jc,init}) - (r_i + R_i r_{ic,init}) \tag{2.31}$$

と計算することができる。この c_{ij} の法線方向成分 c_n, および剪断方向成分 c_c は,

$$c_n = (c_{ij} \cdot \vec{N})\vec{N} \tag{2.32}$$

$$c_s = c_{ij} - c_n \tag{2.33}$$

である。よって剪断方向のばね定数を k_s とすると, 粒子 i にかかる摩擦力 F_c は,

$$F_c = k_s c_s \tag{2.34}$$

となる。この摩擦力は静止摩擦力であるので最大静止摩擦力を超えることはない。最大静止摩擦力は最大静止摩擦係数 μ_s を用いて,

$$F_{cmax} = \mu_s |F_n| \tag{2.35}$$

と表される。よって $|F_c| > F_{cmax}$ となった場合には静止摩擦力の代わりに動摩擦力を働かせる。動摩擦力は動摩擦係数 μ_d を用いて,

$$F_c = \mu_d |F_n| \frac{c_s}{|c_s|} \tag{2.36}$$

と表される。

最後に減衰力に関しては, 2 つの粒子の相対速度に比例し力が働くとする。減衰力 F_d は粒子 i, j の速度をそれぞれ v_i, v_j とすると,

$$F_c = \eta(v_j - v_i) \tag{2.37}$$

となる。ここで η は減衰係数である。

以上の接触力, 摩擦力, 減衰力の 3 種類の力を足し合わせることによって衝突力の計算を行う。

2.2.3 粒子間相対変位

式 (2.15) は変位に対する運動方程式なので, 前述した粒子間相互作用モデルもまた変位に対して適用される。各粒子の運動は並進運動と回転運動に分けて計算され, 変位には各粒子間の変位ベクトルから回転成分を差し引き, 正規化された粒子間相対変位を用いる (図 2.1)[10]。粒子間相対変位 u_{ij} は粒子 i,j の現在の変位ベクトルを $\vec{r}_{ij}$, 初期状態での変位ベクトルを $\vec{r}_{ij}^{\,0}$ として,

$$u_{ij} = \frac{1}{2}[(\vec{r}_{ij} - R(q_i)\vec{r}_{ij}^{\,0}) + (\vec{r}_{ij} - R(q_j)\vec{r}_{ij}^{\,0})] \tag{2.38}$$

のように与えられる。ここで $R()$ は回転行列であり, 粒子間相対変位を 2 つの粒子間で対称にするため, 粒子 i のクオータニオン q_i と粒子 q_j のクオータニオン q_j それぞれから得られた相対変位を平均したものとなっている。3 次元の回転軸 (ν_x, ν_y, ν_z), 回転角 θ とクオータニオン Q との関係は以下のようになる。

$$Q = (q_x, q_y, q_z, s) = \left(\nu_x sin(\frac{\theta}{2}), \nu_y sin(\frac{\theta}{2}), \nu_z sin(\frac{\theta}{2}), cos(\frac{\theta}{2})\right) \tag{2.39}$$

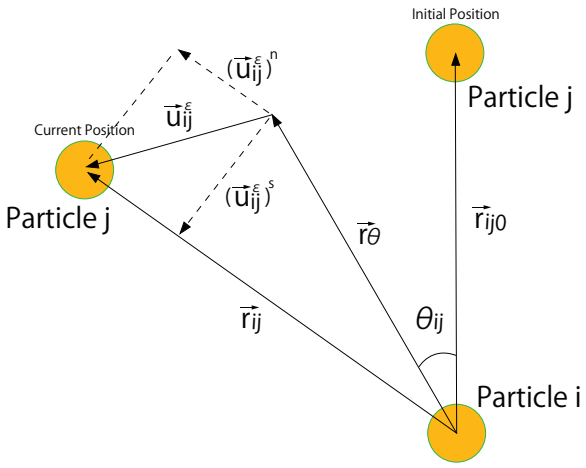

図 2.1　粒子間相対変位ベクトル

また回転軸ベクトルは単位ベクトルである必要があり,

$$\nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2 = 1 \tag{2.40}$$

である。クオータニオン Q と回転行列 R との関係は,

$$R = \begin{pmatrix} 1 - 2q_x^2 - 2q_z^2 & 2q_xq_y - 2sq_z & 2q_xq_z + 2sq_y \\ 2q_xq_y + 2sq_z & 1 - 2q_x^2 - 2q_z^2 & 2q_yq_z - 2sq_x \\ 2q_xq_z - 2sq_y & 2q_yq_z + 2sq_x & 1 - 2q_x^2 - 2q_y^2 \end{pmatrix} \tag{2.41}$$

である。

また, 式の第 3 項の粘性項のために粒子間相対変位と同様に粒子間相対速度を求める必要がある [11]。

速度 $\vec{v}_i$ をもつ粒子 i の角速度を $\vec{\omega}_i$ とすると, 速度 $\vec{v}_j$ をもつ粒子 j の速度 $\vec{v}_{j0}$ は,

$$\vec{v}_{j0} = \vec{v}_i + \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{ij} \tag{2.42}$$

となる。この $\vec{v}_{j0}$ を用いて, 粒子間相対速度 v_{ij} は,

$$\vec{v}_{ij} = \vec{v}_j - \vec{v}_{j0} \tag{2.43}$$

となる。

2.2.4 陽解法による粒子の更新

2.4.1 章で述べる通常の連成法を用いる場合には陽解法を用いて MPS 法の更新を行う。
粒子 1 つ 1 つの運動は並進運動と回転運動に分けて考えられる [8]。

並進運動の加速度は, 式 (2.15) に粒子間相互作用モデルを適用し, 離散化した結果求まった加速度ベクトル $\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\Psi}$ となり, 粒子の位置はオイラー法で更新される。

$$\vec{v}_i^{n+1} = \vec{v}_i^n + \triangle t \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{\Psi} \tag{2.44}$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^n + \triangle t \vec{v}_i^{n+1} \tag{2.45}$$

ここで $\vec{v}_i^n$, $\vec{r}_i^n$ はそれぞれ n 時間ステップ目における粒子の速度と位置ベクトル, $\triangle t$ は時間刻み幅である。

一方, 回転運動の角加速度 $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ は, 角運動量保存のために粒子間の剪断応力によって発生するモーメント M_{ij} を打ち消すように定める。粒子 1 個の回転運動は,

$$I\frac{\partial \omega_i}{\partial t} = T_i \tag{2.46}$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \omega_i \tag{2.47}$$

に従う。ここで θ_i は回転角度, ω_i は角速度, T_i はトルクであり, I は慣性モーメントで, 粒子が等質の正方形であるとして,

$$I = m\frac{l_0^2}{6} \tag{2.48}$$

で与えられる。m は粒子の質量, l^0 は最近傍粒子との距離である。粒子間に働く力 $\vec{F}_{ij}$ とモーメントの関係は,

$$M_{ij} = |(\vec{r}_j - \vec{r}_i) \times \vec{F}_{ij}| \tag{2.49}$$

で与えられ, トルクはこのモーメントを打ち消すように粒子 i,j に半分ずつ与える。

$$T_i = -\frac{1}{2}\sum_{i \neq j} M_{ij} \tag{2.50}$$

結果, 粒子 1 つに与えられる角加速度は,

$$I_i \frac{\partial \omega}{\partial t} = 2\mathbf{C_2} \frac{m}{\rho} \frac{2d}{n^0} \sum_j \left(\frac{1}{2} \mathbf{R}_i r_{ij}^0 \times \frac{r_{ij} - \frac{1}{2}(\mathbf{R}_i r_{ij}^0 + \mathbf{R}_j r_{ij}^0)}{|r_{ij}^0|^2} w_{ij}^0 \right) \tag{2.51}$$

となる。粒子の回速度もオイラー法で更新され,

$$\omega_i^{n+1} = \omega_i^n + \triangle t \frac{\partial \omega}{\partial t} \tag{2.52}$$

となる。ここで ω_i^n はそれぞれ n 時間ステップ目での粒子の角速度である。
この求まった角速度から, 次の時間ステップでの回転軸ベクトル ν_i^{n+1}, 回転角 θ_i^{n+1} はそれぞれ,

$$\frac{1}{|\omega_i^{n+1}|}(\omega_x^{n+1}, \omega_y^{n+1}, \omega_z^{n+1}) \tag{2.53}$$

$$\theta_i^{n+1} = \triangle t |\omega_i^{n+1}| \tag{2.54}$$

となる。これらを用いて, 粒子のクオータニオンの変化量 q' は,

$$q' = \left(q'_x, q'_y, q'_z, s' \right) = (\nu_x^{n+1} sin(\frac{\theta^{n+1}}{2}), \nu_y^{n+1} sin(\frac{\theta^{n+1}}{2}), \nu_z^{n+1} sin(\frac{\theta^{n+1}}{2}), cos(\frac{\theta^{n+1}}{2}) \right) \tag{2.55}$$

となり, 新しいクオータニオン q^{n+1} は,

$$q^{n+1} = \begin{pmatrix} s'q_x^n + q'_x s^n + q'_y q_z^n - q'_z q_y^n \\ s'q_y^n + q'_y s^n + q'_z q_x^n - q'_x q_z^n \\ s'q_z^n + q'_z s^n + q'_x q_y^n - q'_y q_x^n \\ s's^n - q'_x q_x^n - q'_y q_y^n - q'_z q_z^n \end{pmatrix} \tag{2.56}$$

と更新される。

このように粒子の運動を並進成分と回転成分に分けて考えることにより, 系全体の運動量が保存される。

2.2.5 陰解法による粒子の更新

一方, 2.4.2 章で述べる連成法を用いる場合には陰解法を用いて MPS 法の更新を行う。
本節では MPS 法の弾性体モデルを陰解法で解く方法を構築する。

まず, 次の時間ステップでの変位, 速度の変化量 Δx, Δv はそれぞれ.

$$\Delta x_i = (v_i + \Delta v)\Delta t \tag{2.57}$$

$$\Delta v_i = \frac{f_i(t+\Delta t)}{m_i}\Delta t \tag{2.58}$$

と表すことができる。ここで, 粒子一つにかかる力を

$$f_i(t) = \sum_j f_{ij}(x_i, x_j, v_i, v_j) \tag{2.59}$$

と表すと次の時間ステップでのこの粒子 i にかかる粒子 j からの力は一次のテイラー展開を用いて

$$f_i(t+\Delta t) = f_{ij}(x_i + \Delta x_i, x_j + \Delta x_j, v_i + \Delta v_i, v_j + \Delta v_j) \tag{2.60}$$

$$= f_{ij}(x_i, x_j, v_i, v_j) + \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_i}\Delta x_i + \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_j}\Delta x_j + \frac{\partial f_{ij}}{\partial v_i}\Delta v_i + \frac{\partial f_{ij}}{\partial v_j}\Delta v_j \tag{2.61}$$

と表すことができる。$\frac{\partial f}{\partial x}$ は 2 階のテンソルであり, $f = (f_x, f_y, f_z)^T$, $x = (x_x, x_y, x_z)^T$ のとき,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x_x} & \frac{\partial f_x}{\partial x_y} & \frac{\partial f_x}{\partial x_z} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x_x} & \frac{\partial f_y}{\partial x_y} & \frac{\partial f_y}{\partial x_z} \\ \frac{\partial f_z}{\partial x_x} & \frac{\partial f_z}{\partial x_y} & \frac{\partial f_z}{\partial x_z} \end{pmatrix} \tag{2.62}$$

である。以上を整理し,

$$\mathbf{A}[i,i] = \mathbf{E} - \frac{\Delta t}{m_i}\sum(\frac{\partial f_{ij}}{\partial x_i}\Delta t + \frac{\partial f_{ij}}{\partial v_i}) \tag{2.63}$$

$$\mathbf{A}[i,j] = -\frac{\Delta t}{m_i}\sum(\frac{\partial f_{ij}}{\partial x_j}\Delta t + \frac{\partial f_{ij}}{\partial v_j}) \tag{2.64}$$

$$\mathbf{B}[i] = \frac{\Delta t}{m_i}\left(\sum(f_{ij} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_i}\Delta t v_i + \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_j}\Delta t v_j)\right) \tag{2.65}$$

とおくと,

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{V} = \mathbf{B} \tag{2.66}$$

の形の連立方程式となる。$\mathbf{E}$ は単位行列, $\Delta\mathbf{V}$ は速度ベクトルの変化量の行列である。この連立方程式を修正共役勾配法を用いて $\Delta\mathbf{V}$ に関して解くことによって速度の修正量を得る。

ここで式 (1) より 2 つの粒子 i, j 間に働く力 f_{ij} は, $\mathbf{K}$, $\vec{T}(\Psi)$ を用いて,

$$f_{ij} = \mathbf{K}\frac{2d}{\lambda n^0}u_{ji}w(r_{ij}^0) + \frac{d}{n^0}\frac{(\vec{T_j}-\vec{T_i})}{|r_{ij}|^2}r_{ij}w(r_{ij}^0) + \eta\frac{d}{n^0}(\frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|^2} - \frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{r}_{ji}|^2})w(r_{ij}^0) \tag{2.67}$$

となる。

また, 粒子間相対変位の微分量は,

$$\frac{\partial u}{\partial r_i} = -1, \tag{2.68}$$

重み関数の微分量は,

$$\frac{\partial w(r)}{\partial r_i} = \frac{r_e(r_j - r_i)}{|r|^3} \tag{2.69}$$

であるので, MPS 法のラプラシアンモデルの x_i に関する微分は,

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\Delta u_{ij}) = \frac{2d}{\kappa n_0}\sum_{j\neq i}\left(-w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) + u_{ij}\frac{\partial w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}{\partial r_i}\right), \tag{2.70}$$

MPS 法の勾配モデルの微分は,

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\nabla\phi_i) = \frac{d}{n_0}\sum_{j\neq i}\left(\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)\right)w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) + \left(\frac{\phi_j - \phi_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)\right)\frac{\partial w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}{\partial r_i}\right), \tag{2.71}$$

MPS 法の発散モデルの微分は,

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\nabla\cdot\mathbf{u}_i) = \frac{d}{n_0}\sum_{j\neq i}\left(\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i)\cdot(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}\right)w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) + \left(\frac{(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i)\cdot(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}\right)\frac{\partial w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}{\partial r_i}\right) \tag{2.72}$$

で与えられ, 以上を用いて式 (2.67) の $\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$ を求める。

同様に $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$, $\frac{\partial f_i}{\partial v_i}$, $\frac{\partial f_i}{\partial v_j}$ を求め, 式 (2.63)〜(2.65) に代入することで係数行列を求め, 式 (2.66) を解くことで速度の変化量を得る。

また, 陰解法では粒子に角速度と回転角度の変数を持たせずに, 現在の粒子位置から計算する。MPS 法の陽解法による更新は 3 次元計算時には, 主に回転計算が原因でエネルギー保存性が悪いことが報告されており, 回転計算を陰解法にすることでエネルギー保存性を向上させることが

できる [11]。
この方法では, 現在の時間ステップでのそれぞれの粒子の角速度は,

$$\sum_{j\neq i}\left(\vec{r}_{ij}\times\frac{\vec{v}_j-(\vec{v}_i+\vec{\omega}_i\times\vec{r}_{ij})}{|\vec{r}_{ij}|^2}W(|\vec{r}_{ij0}|)\right)=\vec{0} \tag{2.73}$$

を陰的に解くことで求める。

また, 回転角は

$$\sum_{j\neq i}\left(\vec{r}_{ij}\times\frac{\mathbf{R}_i\vec{r}_{ij_init}}{|\vec{r}_{ij0}|^2}W(|\vec{r}_{ij0}|)\right)=\vec{0} \tag{2.74}$$

を解くことで求める。ここで $\vec{r}_{ij_init}$ は粒子 i, j 間の初期粒子間相対変位である。
回転行列 R_i はクオータニオン $Q(q_1,q_2,q_3,z)$ を用いて,

$$R_i=\begin{pmatrix} q_1^2+z^2-q_2^2-q_3^2 & 2q_1q_2-2q_3z & 2q_3q_1+2q_2z \\ 2q_1q_2+2q_3z & q_1^2+z^2-q_3^2-q_1^2 & 2q_2q_3-2q_1z \\ 2q_3q_1-2q_2z & 2q_2q_3+2q_1z & q_3^2+z^2-q_1^2-q_2^2 \end{pmatrix} \tag{2.75}$$

なお, クオータニオンの成分には以下のような拘束がある。

$$q_1^2+q_2^2+q_3^2+z^2=1 \tag{2.76}$$

式 (2.71),(2.73),(2.74) を Newton-Raphson 法でクオータニオン Q に関して解くことによって現在の回転行列を求めることができる。

2.3 圧縮性熱流体の物理モデル

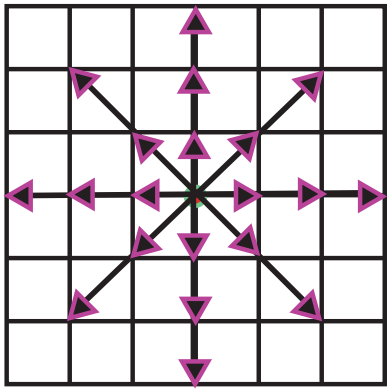

図 2.2　D2Q21 モデルの場合の速度ベクトル

本研究では流体を圧縮性熱流体であるとし, その離散化のために Eulerian である FDLB 法 (Finite Difference Lattice Boltzmann Method) を用いる。FDLB 法には後述する局所速度分布関数の取り方によって数多くのモデルが存在するが, 本研究では 2 次元の場合には D2Q21 モデル [12], 3 次元の場合には D3Q39 モデル [13] を使用する。

FDLB 法は格子ボルツマン法に差分スキームを導入した解析手法である [12]。差分スキームを導入することで, 時間刻み, 空間刻みとして単位時間しか扱うことのできなかった格子ボルツマン法で任意の時間刻みと空間解像度を独立に設定することが可能となるほか, 高レイノルズ数の計算が可能となるなどの利点がある。本研究では, 空間の離散化に 3 次の風上差分, 時間の離散化に 2 次の Runge-Kutta 法を導入する。

格子ボルツマン法では, 流体は膨大な数の粒子の集合体であると仮定し, その移動と衝突を流体の支配方程式を満足するように行うことで計算を行う。この粒子の分布は空間上にある格子点で評価, 計算され, この評価された分布のことを局所速度分布関数と呼ぶ。この分布は格子点上でスペクトル分解されて評価されるため, 局所速度分布関数はこのスペクトル分解された数だけ存在することとなる (図 2.2)。これは, 自由に熱運動している流体分子の速度分布を有限の数の方向ベクトル成分の和として表現したことに相当する。また, 粒子は支配方程式である Navier-Stokes 方程式を満たすように衝突を繰り返し, ある格子点上の粒子分布はある一定の値に収束していくとモデル化することができる。この平衡状態の分布を局所平衡分布関数と呼び, 格子ボルツマン法では粒子が移動したのちの局所速度分布関数が局所平衡分布関数に近づいていく, という更新

D2Q21 Model

p	k	Velocity Vector c_{pk}	$\|c\|$
0	0	(0,0)	0
1	1	(1,0), (0,1), (-1,0), (0,-1)	1
1	2	(2,0), (0,2), (-2,0), (0,-2)	2
1	3	(3,0), (0,3), (-3,0), (0,-3)	3
2	1	(1,1), (-1,1), (-1,-1), (1,-1)	$\sqrt{2}$
2	2	(2,2), (-2,2), (-2,-2), (2,-2)	$2\sqrt{2}$

図 2.3　D2Q21 モデル

D3Q39 Model

p	k	Velocity Vector c_{pk}	$\|c\|$
0	0	(0,0,0)	0
1	1	(1,0,0), (-1,0,0), (0,1,0), (0,-1,0), (0,0,1), (0,0,-1)	1
1	2	(2,0,0), (-2,0,0), (0,2,0), (0,-2,0), (0,0,2), (0,0,-2)	2
1	3	(3,0,0), (0,0,-3), (0,3,0), (0,-3,0), (0,0,3), (0,0,-3)	3
2	2	(2,2,0), (-2,2,0), (-2,-2,0), (2,-2,0), (0,2,2), (0,-2,2), (0,-2,-2), (0,2,-2),(2,0,2), (-2,0,2), (-2,0,-2), (2,0,-2)	$2\sqrt{2}$
3	1	(1,1,1), (-1,1,1), (-1,-1,1), (1,-1,1), (1,1,-1), (-1,1,-1), (-1,-1,-1), (1,-1,-1)	$\sqrt{3}$

図 2.4　D3Q39 モデル

式を解く事ことによってシミュレーションを行う。

局所速度分布関数 $f_i(t,r)$ の更新式は,

$$\frac{\partial f_i(t,r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_\alpha} c_{i\alpha} f_i(t,r) - \frac{A c_{i\alpha}}{\tau} \frac{\partial (f_i - f_i^{(0)})}{\partial r_\alpha} = -\frac{1}{\tau}[f_i(t,r) - f_i^{(0)}(t,r)] \tag{2.77}$$

となる。FDLB 法では上式を時間, 空間に関してそれぞれ差分化することで差分スキームを導入することができる。ここで , t, r はそれぞれ時間と空間位置, i, α, $c_{i\alpha}$ は速度ベクトルの種類とその空間的な移動方向ベクトルであり, D2Q21 モデルの場合を図 2.3, D3Q39 モデルの場合を図 2.4 に示す。τ は緩和時間と呼ばれるもので局所速度分布関数が局所平衡分布関数に近づいていく速度を定めると同時に流体の粘性の大きさを決定するパラメータとなっている。なお, この方

程式は, チャップマンーエンスコグ展開を適用することにより, 圧縮性 Navier-Stokes 方程式系と等価になることが示されている [12]。

A は高レイノルズ数に対応するために計算を安定化させる人工粘性率であり, 出来る限り小さな値に設定することが望ましい [13]。この A を含む式の右辺の第 3 項は負の粘性を意味しており, これによってシミュレーションにおける時間刻みの大きさを大きく定めることが可能となる。右辺は衝突項と呼ばれ, 粒子が衝突を繰り返して行くことによって局所速度分布関数が局所平衡分布関数に近づいて行く過程を表している。

$f_i^{(0)}(t,r)$ は局所平衡分布関数であり, ある時間での局所速度分布関数を修正し, 圧縮性 Navier-Stoks 方程式を満たすように計算される。この局所平衡分布関数は流速の最大 3 次の多項式によって与えられ,

$$\begin{aligned} f_i^{(0)} = F_i\rho(1 - 2B(c_{i\alpha}\cdot u) + 2B^2(c_{i\alpha}\cdot u)^2 + Bu^2 - \\ 2B^2(c_{i\alpha}\cdot u)u^2 - \frac{4}{3}B^3(c_{i\alpha}\cdot u)^3) \end{aligned} \tag{2.78}$$

で表される。ここで ρ, u, e はそれぞれ粒子数密度, 流速, 内部エネルギーである。ここでの内部エネルギーは温度を表している。

この粒子数密度, 流速, 内部エネルギーはそれぞれの格子点上で局所速度分布関数から計算され,

$$\rho = \sum_i f_i \tag{2.79}$$

$$\rho u_\alpha = \sum_i f_i c_{i\alpha} \tag{2.80}$$

$$\rho e + \frac{1}{2}\rho u_\alpha^2 = \sum_i \frac{1}{2} f_i c_{i\alpha}^2 \tag{2.81}$$

から決定する。また, 係数 F, B は内部エネルギーに依存して決定され, D2Q21 モデルの場合は,

$$B = -\frac{1}{2e} \tag{2.82}$$

$$F_0 = 1 + \frac{5}{4Bc^2}\left(\frac{17}{96B^2c^4} + \frac{35}{48Bc^2} + \frac{49}{45}\right) \tag{2.83}$$

$$F_{11} = -\frac{1}{8Bc^2}\left(\frac{13}{16B^2c^4} + \frac{71}{24Bc^2} + 3\right) \tag{2.84}$$

$$F_{12} = \frac{1}{16Bc^2}(\frac{5}{16B^2c^4} + \frac{25}{24Bc^2} + \frac{3}{5}) \tag{2.85}$$

$$F_{13} = -\frac{1}{24Bc^2}(\frac{1}{16B^2c^4} + \frac{1}{8Bc^2} + \frac{1}{15}) \tag{2.86}$$

$$F_{21} = \frac{1}{4B^3c^6}(\frac{Bc^2}{3} + \frac{1}{8}) \tag{2.87}$$

$$F_{22} = -\frac{1}{1536B^3c^6}(2Bc^2 + 3) \tag{2.88}$$

D 3 Q 3 9モデルの場合には,

$$B = -\frac{1}{2e} \tag{2.89}$$

$$F_0 = 1 + \frac{1}{8Bc^2}(\frac{287}{80B^2c^4} + \frac{1549}{120Bc^2} + \frac{49}{3}) \tag{2.90}$$

$$F_{11} = -\frac{1}{8Bc^2}(\frac{77}{80B^2c^4} + \frac{379}{120Bc^2} + 3) \tag{2.91}$$

$$F_{12} = \frac{1}{80Bc^2}(\frac{77}{40B^2c^4} + \frac{329}{60Bc^2} + 3) \tag{2.92}$$

$$F_{13} = -\frac{1}{120Bc^2}(\frac{21}{80B^2c^4} + \frac{67}{120Bc^2} + \frac{1}{3}) \tag{2.93}$$

$$F_{22} = -\frac{1}{1280B^2c^4}(\frac{7}{2Bc^2} + 3) \tag{2.94}$$

$$F_{31} = -\frac{1}{20B^2c^4}(\frac{7}{16Bc^2} + 1) \tag{2.95}$$

で表される。

ここで, 空気のような 2 原子気体を扱う際には, 流体分子の回転のエネルギーを考慮する必要がある。格子ボルツマン法で回転のエネルギーを考慮するためには, エネルギーの内部自由度を,

$$G_i(t, r) = f_i(t, r)E_i(t, r) \tag{2.96}$$

と定義することで可能となる [21]。ここで, 平衡状態では,

$$G_i^0 = f_i^0 E \tag{2.97}$$

$$E = \frac{D}{2}(\frac{D+2}{D} - \gamma)e \tag{2.98}$$

である。上式において D は次元数, γ は比熱比である。さらに $G_i(t,r)$ の時間発展式は,

$$G_i(t+\Delta t, r+c_i\Delta r) = G_i(t,r) - \frac{\Delta t}{\tau}[G_i(t,r) - G_i^0(t,r)] \tag{2.99}$$

となる。

以上の方程式を解き, 流体の圧力 p, 粘性率 μ, 第 2 粘性率 λ, 熱伝導率 κ, 音速 c_s はそれぞれ,

$$p = (\gamma - 1)\rho e \tag{2.100}$$

$$\mu = (\gamma - 1)\rho e(\tau - A) \tag{2.101}$$

$$\lambda = -(\gamma - 1)^2\rho e(\tau - A) = -(\gamma - 1)\mu \tag{2.102}$$

$$\kappa = \gamma\rho e(\tau - A) \tag{2.103}$$

$$c_s = \sqrt{\gamma(\gamma - 1)e} \tag{2.104}$$

と求まる。

2.4　流体ー構造体連成法

同じ空間に流体と構造体という２種類の物質が共存しているとき, 流体の挙動は構造体の状態によって影響を受け, 逆に構造体は流体の圧力によって駆動されて運動する。本章ではこの相互作用問題を解く方法として, 通常の弱連成法のアプローチで MPS 法と FDLB 法を連成させる手法とその問題点を解決するための運動量を保存した連成手法について説明する。ただし, 本研究では流体と構造体の間での熱量の受け渡しはないものとする。

2.4.1　通常の弱連成法の適用

本節では, 流体, 構造体の間での相互作用を計算するために, ある時間ステップにおいてまず構造体を固定しておき, 流体への影響を考え, その後に今度は流体のある状態について構造体への影響を考慮するという手法を構築する。

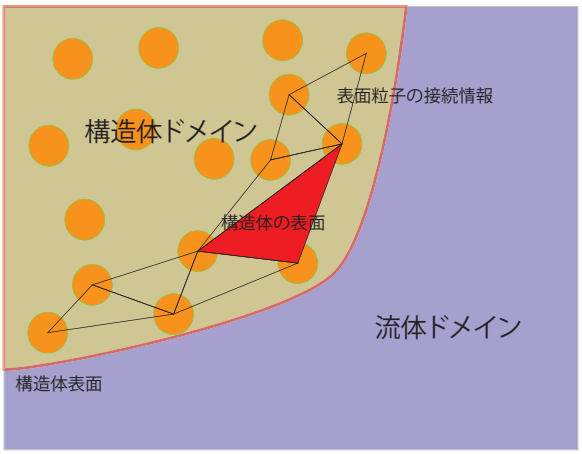

図 2.5　構造体表面の構築

まず, MPS 法による粒子の集合で表現された構造体からその表面を抽出する。構造体の表面はまず, 構造体の表面上に存在する粒子をあらかじめ表面粒子としてその接続情報とともに保持しておき, その表面粒子を順につないで三角形の表面を構築したものとして定義する (図 2.5)。この表面は流体を計算している FDLB 法に対しての境界となるが, 一般的に流体を計算する格子点上には存在しないため, 格子と格子の間を連続的に表現して境界条件を適用する必要がある。こうした方法として, 格子ボルツマン法の非圧縮性流体モデルでは Mei ら [17] によって複雑な移動

曲面境界を非滑り境界条件 (境界において流体と構造体の速度が一致する境界条件) として扱うための方法が提案されている。本研究ではこの Mei らの方法を修正し, FDLB 法圧縮性熱流体モデルに適用する。

Mei らの方法は格子ボルツマン法では一般的な非滑り境界条件の適用方法であるバウンス-バックルールを修正したものとなっており, 境界の移動速度が考慮されている上, 境界が格子点上に存在しない場合にも連続的に取り扱うことが可能となっている。バウンス-バックルールとは図 2.6 のように境界で粒子が反対方向に跳ね返るようにする, つまり粒子の分布である局所速度分布関数を反対方向に反射させることで境界条件を満たす, というもので格子ボルツマン法の境界条件として最も広く用いられているものである [12]。

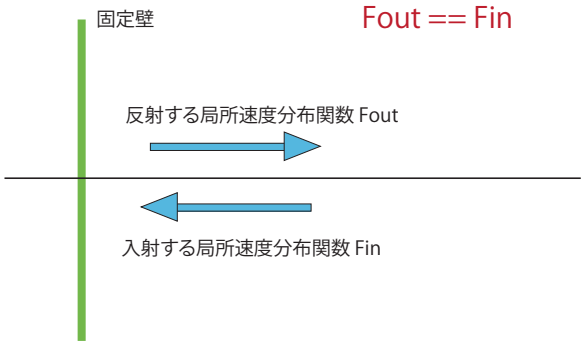

図 2.6　バウンス-バック ルール

ここで図 2.7 のように流体の存在する格子点 x_f と構造体の内部の格子点 x_b の中間点 x_w に境界が存在する状況を考え, 流体の存在する格子点 x_f から境界へ向かう速度ベクトル c_i をもつ局所速度分布関数 $f_i(x_f)$ が速度 w を持つ境界点 x_w に入射し, バウンス-バックルールによって次の時間ステップに速度ベクトル c_i' をもつ局所速度分布関数 $f_i'(x_f)$ として x_f へ反射するとする。流体格子点から境界までの距離と単位格子長さとの比を $\triangle = |x_f - x_w|/|x_f - x_b|$ とし, 局所速度分布関数 $f_i'(x_f)$ を 2 次精度の線形補間を用いて定式化すると,

$$f_i'(x_f) = (1-z)f_i(x_f) + zf_i^* + W \tag{2.105}$$

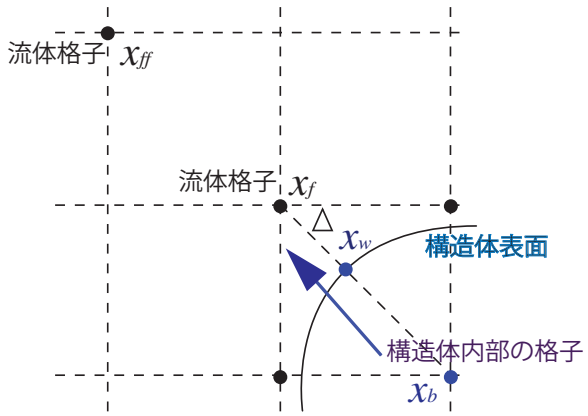

図 2.7　移動曲面境界問題

となる。FDLB 法の D2Q21 モデル, D3Q39 モデルの場合は W は,

$$\begin{aligned} W = &(F_i\rho(1-2B(c_i'\cdot u_w)+2B^2(c_i'\cdot u_w)^2+Bu_w^2-2B^2(c_i'\cdot u_w)u_w^2-\frac{4}{3}B^3(c_i'\cdot u_w)^3) \\ &-(F_i\rho(1-2B(c_i\cdot u_w)+2B^2(c_i\cdot u_w)^2+Bu_w^2-2B^2(c_i\cdot u_w)u_w^2-\frac{4}{3}B^3(c_i\cdot u_w)^3) \\ &=2F_i\rho(2Bc_i'\cdot u_w+2B^2(c_i'\cdot u_w)u^2+\frac{4}{3}B^3(c_i'\cdot u_w)^3) \end{aligned} \tag{2.106}$$

と表される。また, f_i^* は仮想的な境界上での局所速度分布関数であり, 圧縮性熱流体モデルの場合は

$$f_i^* = F_i\rho(1-2B(c_i\cdot u_{bf})+2B^2(c_i\cdot u_f)^2+Bu_f^2-2B^2(c_i\cdot u_{bf})u_f^2-\frac{4}{3}B^3(c_i\cdot u_bf)^3) \tag{2.107}$$

である。上式の係数 F_i は式 (2.82)〜(2.95) のものと等しい。

u_{bf} と z に関しては $\triangle > 1/2$ のとき,

$$u_{bf} = (1-\frac{1}{\triangle})u_f+\frac{1}{\triangle}u_\omega \quad , \quad z=\frac{2\triangle-1}{\tau} \tag{2.108}$$

または $\triangle < 1/2$ のとき,

$$u_{bf} = u_{ff} \quad , \quad z=\frac{2\triangle-1}{\tau-1} \tag{2.109}$$

で表される。ここで τ は緩和時間, u_{ff} は境界とは反対側に速度ベクトルの大きさだけ隔てた流体格子点での流速 (図 2.7) である。

しかし, この手法では単位時間に 1 格子分づつ進む速度ベクトルをもつ局所速度分布関数のみに

しか境界条件を適用できない。そこで, 単位時間に複数の格子にまたがって移動する速度ベクトルを持つ局所速度分布関数には時間刻みをさらに細分化し, 一格子分づつ進む速度ベクトルとして考えることで対処する。FDLB 法の圧縮性熱流体モデルの場合には単位時間に最大 3 格子分まで進む速度ベクトルをもつ局所速度分布関数が存在するので, 1 時間刻みを最大 3 分割して, それぞれに上述の境界条件を適用する。

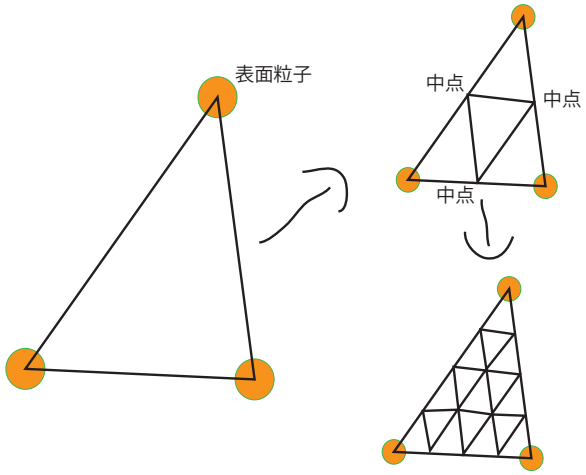

図 2.8　構造体表面の再分割

次に今度は, 流体から構造体への影響を考える。流体による圧力は構造体の表面に働く。MPS 法で表現された粒子の中から表面に存在する粒子とその三角形ポリゴンの接続情報はあらかじめ作成されているが, この三角形が流体の格子の離散化粒度よりも大きい場合には, そのまま扱ってしまうと, 流体による外力が連続的に構造体に作用しないという問題がある。これは単純に構造体を表現する MPS 粒子の粒度を流体格子の離散化スケールに一致させることで対処することが可能であるが, 一般的な状況では構造体の離散化粒度よりも小さいスケールで流体格子の分割を行う方が都合がよい場合が多い。

そこで, 構造体表面の三角形ポリゴンが流体の離散化粒度に比べて大きい場合にはその表面をさらに再分割し, 分割されたそれぞれの三角形ポリゴンへの影響を考えそれらをすべて加算することによって表面全体への影響を考えることとする。

再分割のアルゴリズムは任意の方法でよいが, 本研究では図 2.8 に示すように三角形それぞれの辺の中点をとり, それらを繋いでいくことによって三角形表面の再分割を繰り返し行っていく。

まず, この再分割された小さな三角形一つに関して流体から受ける影響を計算する (図 2.9 の赤

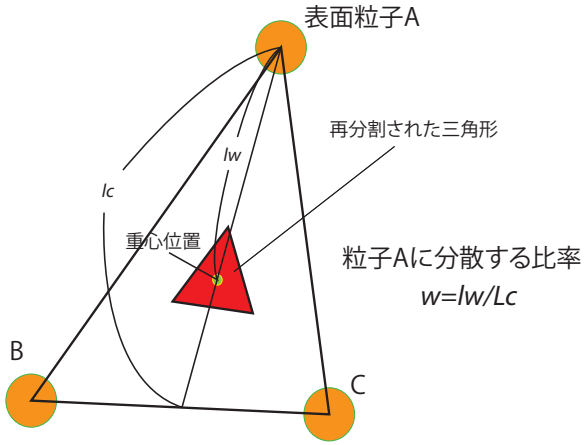

図 2.9　再分割された三角形から表面粒子への影響

い三角形)。この三角形の重心位置を代表点とし, この代表点での流体の圧力が三角形全体に一様に作用するものとする。

流体の圧力による力は, 物体が流体に対して静止していたときの圧力である静圧と, 物体と流体の相対速度から生じる動圧の和によって求められる [16]。静圧は物体表面に対して垂直に働き, 流体分子が物体表面に衝突し, 跳ね返る運動の影響によって生じる。一方, 動圧は物体表面に密着する連続体としての流体の運動から生じ, 物体表面に垂直に働く力と剪断応力に分けることができる。しかしながら剪断応力は物体表面に垂直に働く力に比べて微小であるので [16], ここでは考慮しないこととする。

この静圧と動圧の和によって表される流体の圧力 $P(r_s)$ は

$$P(r_s) = p(r_s) + \frac{1}{2}\rho(r_s)(\vec{v}_{rel}(r_s)^2 \cdot \vec{N}) \tag{2.110}$$

と表される。ここで $p(r_s)$, $\rho(r_s)$, $v_{rel}(r_s)$, $\vec{N}$ はそれぞれ, 物体表面での流体の圧力, 密度, 境界との相対速度, 表面の法線ベクトルである。

これらの表面上の任意の点における流体の物理量の値は近傍の FDLB 構造格子の格子点における値をラグランジュ補間することによって求める。ラグランジュ補間では表面上での物理量 $\phi(s)$ は,

$$\phi(s) = \sum_{ij}\Big(\prod_{k=1,k\neq i}^{imax}\frac{X - x_{kj}}{x_{ij} - x_{kj}}\Big)\Big(\prod_{m=1,m\neq j}^{jmax}\frac{Y - y_{im}}{y_{ij} - y_{im}}\Big)\Big(\prod_{l=1,l\neq i}^{lmax}\frac{Z - z_{lj}}{x_{ij} - z_{lj}}\Big)\phi(r_{ij}), \tag{2.111}$$

のように与えられる。ここで, $imax$, $jmax$, $lmax$ は xyz それぞれの方向について補間する格子

点の最大数, x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} は流体格子点の位置, X, Y, Z は表面位置である。

また, 再分割された三角形の重心位置 r_g での流体の圧力 $P(r_g)$ がその三角形表面に与える力 F_i は法線 $\vec{N}$ と, 再分割された三角形の面積 A を用いて,

$$F_i = AP(r_g)\vec{N} \tag{2.112}$$

のように表される。

次に, この再分割された三角形表面から分割する前の本来の三角形表面を構成している 3 つの MPS 粒子への影響を考える (図 2.9)。この影響は再分割三角形にかかる力をその重心からの距離に応じて線形に分散させたものとして定める。図 2.9 の粒子 A の場合を考えると, この粒子への寄与 F_{ia} は粒子位置と再分割された三角形の重心までの距離 l_w とさらに直線を延ばして対辺とぶつかるまでの距離 l_c の比 $w = l_w/l_c$ に応じて線形に分散させたものとして

$$F_{ia} = -(1-w)F_i\vec{N} \tag{2.113}$$

と表すことができる。他の粒子 B,C の場合も同様である。ここで F_i は再分割された三角形 1 つにかかる流体力の大きさである。

結果的にもとの再分割する前の三角形全体からそれを構成する 3 つの表面粒子への寄与は, 再分割された全ての三角形からの力 F_{ia} を足し合わせることで求めることができる。この流体力を表面粒子に対して外力として働かせることによって, 流体から構造体への影響を計算することができる。

以上の操作によって流体と構造体の相互作用を計算することができる。

2.4.2 運動量を保存した連成法

前章での連成法では, 構造体から流体に対する影響と, 構造体の表面が流体側に与える影響を常に片方を固定して交互に計算していた。この手法をそのまま実際の 3 次元計算に利用することも可能ではある。しかしながら, この方法では流体と構造体それぞれに入り込む運動量の総和が保存されるという保証はなく, そのまま 3 次元計算を行ったときに安定性と精度が著しく低下す

る可能性がある。そこで本節では, 流体から構造体, 構造体から流体へ移流する運動量の総和が完全に保存されるように MPS 法と FDLB 法の連成を弱連成のまま定式化する。

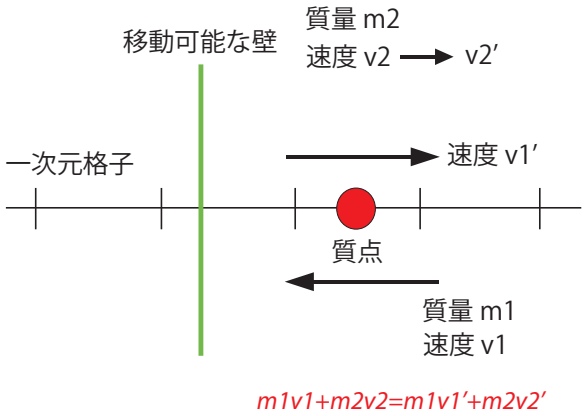

図 2.10　運動量保存則

まず, 問題を簡単にするため, 一次元空間で考察する。図 2.10 のように一次元のグリッドを考え, その上に自由に移動可能な質量 $m2$, 初速度 $v2$ の壁があり, この壁に質量 $m1$, 初速度 $v1$ の質点が衝突するとする。質点, 壁の衝突後の速度をそれぞれ $v1'$, $v2'$ とすると, 運動量保存則により,

$$m1v1 + m2v2 = m1v1' + m2v2' \tag{2.114}$$

が成り立つ。

ここで, この移動する壁が簡単なバネ一質点系

$$m2\frac{dv2}{dt} = -kx - g \tag{2.115}$$

に従って運動するとする。ここで k はばね定数, x は変位, g は重力である。

上式を離散化するためにはまず, 重力などの外力の影響のみを考慮して n 時間ステップ目の速度 V^n から中間速度 V^* を得る。この中間速度から次に弾性力 D に着目して n+1 時間ステップ目の速度 V^{n+1} を算出し, これを繰り返すことによって計算することができる。

この行程を式で表すと,

$$m2V^{n+1} = m2V^* - m2\Delta tDV^{n+1} \tag{2.116}$$

と書くことができる。Δt は時間刻みである。この式 (2.117) は移動する壁の運動量の更新式の

形となっている。
ここで, さらに, この系に衝突した質点から運動量 W が与えられたとすると,

$$m2V^{n+1} = m2V^{*} - m2\Delta tDV^{n+1} + W \tag{2.117}$$

と表すことができる。また, 質点に着目すると, この質点の失った運動量は W に等しく, さらに衝突後の質点と壁が同じ速度で運動するとすると,

$$m1v1' = m1V^{n+1} = m1v1 - W \tag{2.118}$$

である。式 (2.118) を式 (2.117) に代入すると,

$$(m1 + m2)V^{n+1} = m2V^{*} - m2\Delta tDV^{n+1} + m1v1 \tag{2.119}$$

となる。以上の方程式を V^{n+1} について解くと, 結果的に質点と壁の衝突後の速度を同時に求めることができる。

以上の考え方を用いて FDLB 法と MPS 法の連成法を構築する。

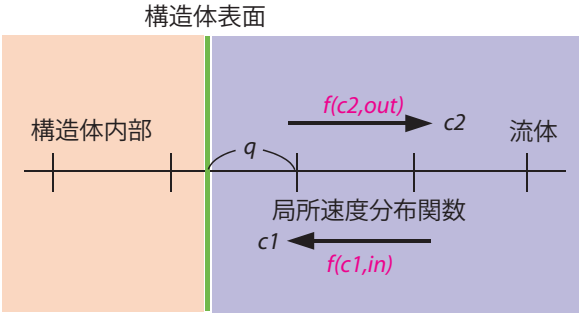

図 2.11　一次元での構造体と流体連成

ここで, 今度は図 2.11 において壁の右側が質点ではなく FDLB 法で計算される流体で満たされており, さらに壁の左側は構造体であるとする。

FDLB 法では. 流体分子の移動方向をスペクトル分解し, 各速度ベクトルをもつ局所速度分布関数に対して独立して計算を行っているので, ある速度ベクトルに沿った一次元空間で適用された考え方は, 他の全ての速度ベクトルをもつ局所速度分布関数にも完全に同様に適用することが

できる。よって, 質点ではなく流体に対する境界条件を考える場合でも一次元空間で考察すればよい。ここで, 図 2.11 のような一次元空間で考えている場合には FDLB 法の右に進むベクトル c_2 と左に進む c_1 ベクトルの 2 種類のみを考えればよい。

まず, 図 2.11 のように一次元空間において流体格子点と構造体に含まれる格子点の間の $q : 1-q$ の位置に構造体表面による境界が存在するとすると, 流体格子点 x_f からこの境界に流れ込む速度ベクトル c_1 の局所速度分布関数 $f_{c1,in}$ は, 一次の補間を用いて,

$$f_{c1,in} = f_{c1,x_b} + \Delta t|c_1|(qf_{c1,x_f} + (1-q)f_{c1,x_{ff}} - f_{c1,x_b})/\Delta x \tag{2.120}$$

のように表すことができる。ここで, f_{c1,x_b} は境界上での $c1$ 方向の局所速度分布関数であり, 後述する方法 (式 (2.130)) を用いて前時間ステップで計算された値を用いる。また, Δt, Δx はそれぞれ時間, 空間刻みである。
ここで, FDLB 法では運動量の定義として,

$$Momentum = \sum f_i c_i \tag{2.121}$$

が与えられている。つまり, ある点の運動量を速度ベクトルの成分でスペクトル分解したものが局所速度分布関数と速度ベクトルの積に等しいので, 境界上での局所速度分布関数 f_{in} のもつ跳ね返る直前の運動量 W_{in} は。

$$W_{in} = f_{c1,in}c_1 \tag{2.122}$$

となる。

ここで, 構造体は粒子の集合で表現されているので, 流体から粒子全てに与えられる運動量 W_{in} と, 全ての粒子から流体に与えられる運動量 W_{out} の総和が境界を囲んだ領域で受け渡される運動量の和 W_S,

$$W_S = \int_S (W_{in} + W_{out})ds \tag{2.123}$$

に等しくなるような対応関係を決定しなければならない。
以下でその方法について説明する。

本研究では流体上において構造体の存在する領域を定めるためにレベルセット法の考え方を利

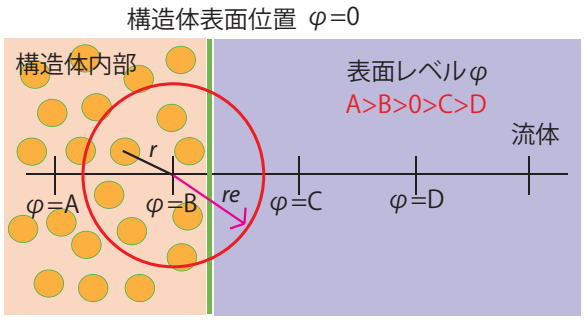

図 2.12　レベルセット法

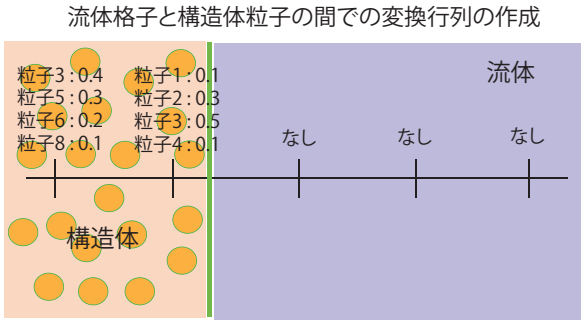

図 2.13　構造体と流体間での運動量の変換行列

用する。

ここで, 各流体格子点上において, その格子点からの距離 r に応じた重み関数を定義する。

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{r} - 1 - \phi & (0 \leq r \leq r_e) \\ -\phi & (r_e < r) \end{cases} \tag{2.124}$$

ここで r_e は影響を考える最大半径であり, ϕ は構造体の表面レベルを与える定数である。

ある格子点においてその近傍にある全ての粒子 i に対してこの重み w_i を計算し, その和を S_w とし格子点に格納する。この値 S_w をレベルと呼ぶ。このレベルは構造体の外部では負であり, 構造体内部であればあるほど大きな値をとり, ちょうど表面上で 0 となる (図 2.12)。従って, ある格子点においてレベルが正であれば構造体の内部であり, 負であれば外部であると判定できる。FDLB 法からみれば, 現在計算している格子点でのレベルが負であり, さらに速度ベクトル方向にある格子点が正であれば, その速度ベクトルは構造体境界と交差していると判断することができる。このとき, 構造体外部の格子点位置 r_1 でのレベルを L_1, 内部の格子点位置 r_2 でのレベル

を L_2 とすると, 構造体境界の存在する正確な位置 $cross$ は,

$$cross = \frac{|L_1|r_1 + |L_2|r_2}{L_1 + L_2} \tag{2.125}$$

で求めることができる。また, 格子点上における正規化されたレベル $L(x)$ の勾配 $-\Delta L(x)/|\Delta L(x)|$ は構造体表面の法線ベクトルとなる。

$$\Delta L(x) = (\frac{L(x+\Delta x) - L(x-\Delta x)}{2\Delta x}, \frac{L(y+\Delta y) - L(y-\Delta y)}{2\Delta y}, \frac{L(z+\Delta z) - L(z-\Delta z)}{2\Delta z}) \tag{2.126}$$

この方法は境界表面と格子との交差判定を三角形と立方体との交差判定として計算する前節の方法と比較して大幅に計算コストも低く, かつ表面を明示的に生成する必要がないので MPS 法との親和性も非常によい。

ある格子において, レベルが求まると, 今度はある格子点からの距離によって計算されたそれぞれの粒子の重み w_i をその格子点のレベルの絶対値で正規化する (図 2.13)。

$$w_n = w_i/|L(x)| \tag{2.127}$$

この値 w_n はそれぞれの粒子からみると, ある 1 つの格子点からの影響度合いとすることができる。よって図 2.11 のようにある境界と交差している局所速度分布関数から与えられる運動量 W_{in} からその近傍の粒子一つ一つに与えられる運動量 W_n はこの重みを掛けることによって得られ,

$$\mathbf{W}_n = w_n W_{in} \tag{2.128}$$

となる。この W_n を構造体境界を囲む全ての領域 S に対して積分し, 式 (2.119) と同様に以下の方程式を用いて構造体の新しい速度を求める。

$$\left(M_s + \int_S (w_n f_{c1,in}) ds\right) V_s^{n+1} = M_s V_s^* - M_s \Delta t D V_s^{n+1} + \int_S \mathbf{W}_n ds \tag{2.129}$$

ここで, M_s は構造体の質量行列, V_s は速度行列, Δt は時間刻み, D は弾性力である。この式は, 第 2.2.5 章の式 (2.66) を変形して流体による付加質量を足し合わせた形となっており, 式 (2.66) と同じように修正共役勾配法, または最小残差法を用いて速度の変化量について解くことによって構造体の新しい速度を求める。

構造体を構成する粒子の新しい速度 V_{si}^{n+1} が求まると, 今度は逆に粒子一つ一つの速度にそれぞれの格子点から重み w_n を掛けて, 全ての格子点上で足し合わせることによって各格子点上での速度 U^{n+1} を求める。

$$U^{n+1} = \sum_i w_n V_{si}^{n+1} \tag{2.130}$$

この速度は境界上における流体が存在した場合での流体の流速とみることができる。

よって, この求められた流速を満たすように c_2 方向の局所分布関数 f_{out} を定めることで流体への影響を考えることができる。このとき, 境界での満たすべき局所速度分布関数 $f0_{c1}$, $f0_{c2}$ を境界と交差している速度ベクトル c_1 とその逆方向の c_2 に関して求める。c_1 の場合のみ示すと,

$$f0_{c1} = F_i\rho(1 - 2B(c_1 \cdot U^{n+1}) + 2B^2(c_1 \cdot U^{n+1})^2 + BU^{n+1^2} - 2B^2(c_1 \cdot U^{n+1})U^{n+1^2} - \frac{4}{3}B^3(c_1 \cdot U^{n+1})^2) \tag{2.131}$$

のようになる。ここで ρ と e は流体格子点から外挿によって求める。

結果的に, 求まった $f0_{c1}$ と $f0_{c2}$ の値から, 構造体から流体に与えられる運動量 W_{out} を考慮した境界から流体へ跳ね返る c_2 方向の局所速度分布関数 f_{out} は,

$$f_{out} = \frac{f0_{c1}c_1 + f0_{c2}c_2 - f_{in}c_1}{c_2} \tag{2.132}$$

によって求まる。

この結果から, この f_{out} によって次の時間ステップに流体格子点 x_f へ移流する局所速度分布関数 $f_{c2,out}$ は,

$$f_{c2,out} = q(f_{c2,x_f} + \Delta t|c_2|\frac{(f_{out} - f_{c2,x_f})}{\Delta x}) + (1 - q)f_{out} \tag{2.133}$$

で得られる。

移流が完了したら, 構造体の境界と交差していない速度ベクトルに関して局所速度分布関数を通常の方法によって移流させ, FDLB 法の衝突過程を全ての格子に対して適用する。

以上の操作を全ての種類の速度ベクトルの局所速度分布関数に対して同様に行うことで, 流体から構造体に流れ込む運動量と構造体から流体に流出する運動量の総和が保存された連成を非常に低い計算コストで実現できる。なお, この連成法でも境界において構造体と流体の速度が一致することから, 非滑りの境界条件を適用したことになる。

第 3 章

実験

本研究では 2.4.1 章の連成法 (以下 連成法 1 と呼ぶ) を 2 次元で, 2.4.2 章の連成法 (以下 連成法 2 と呼ぶ) を 3 次元で計算機上に実装し, その精度検証を行い, 声門波生成過程のシミュレーションに適用する。

3.1 実装

3.1.1 GPU 演算

本研究では提案手法の数値計算を高速に行うために GPU(Graphic Processing Unit) を用いる。GPU は本来 3 D グラフィックスの処理に特化して設計されたハードウェアであるが, 近年その優れた並列処理能力を汎用計算にも利用する GPGPU(General Purpose Computation on GPUs) という分野が確立されつつある。GPU を汎用計算にも利用することは低コスト, 高性能, 将来性, 一般性などの利点がある。本研究では, 連成法 1 の場合には MPS 法と連成計算を NVIDIA CUDA, FDLB 法の計算を NVIDIA Cg という規格で実装し, 連成法 2 の場合には全ての計算を CUDA を用いて GPU 上に実装する。

NVIDIA Cg はシェーダ言語と呼ばれ, GPU 上で実行されるプログラムコードのことを指す。シェーダを用いて GPGPU を行うためには, テクスチャとよばれる RGBA の 4 要素がパックされたメモリ領域に計算データを格納し, 通常のグラフィックスパイプラインである頂点シェーダやピクセルシェーダにて画像データのように扱う。

一方, CUDA とは Compute Unified Device Architecture の略で NVIDIA 社によって提唱された GPU の新しいソフトウェアとハードウェアの統合機構のことである。従来, GPGPU では

Cg のようにグラフィックの API とパイプラインを強引に凡用計算に使っていたのだが, CUDA ではこれをほぼ C 言語の文法を用いて拡張関数という形で GPU に対して行う処理と関数を記述できるようになった。いわば GPGPU に正式に対応した仕組みと言える。CUDA ではレジスタの他に使用用途によって Global Memory, Shared Memory, Constant Memory, Texture という 4 種類の記憶領域を使い分けることができ, また OpenGL や DirectX といった従来のグラフィックス API との連携を行うこともできるようになっている。並列化は Thread とその集合である Block の数をそれぞれ 3 次元の型で記述することによって行い, この Block の集合 (Grid という) 全てに Kernel と呼ばれる等しい処理が行われる [26]。すなわち, CUDA では GPU は SIMD(Single Instruction Multiple Data) 型のプロセッサとして扱われる。

次節では連成法 1 , 連成法 2 それぞれの手法の実装方法について述べる。

3.1.2 連成法 1 の場合

連成法 1 の場合には, おおまかな実装の流れは図 3.1 のフローチャートのようになる。初期化後, まず GPU 上にて構造体の表面をボクセル化し, 流体にとっての境界の情報を得る。次に FDLB 法によって流体計算を行うと同時に CPU 側で OpenMP による並列化を行い, 構造体の衝突計算を行う。最後に FDLB 法によって得られた流体の圧力を計算し, それを外力として構造体同士の衝突力と足し合わせて MPS 法による構造計算を GPU 上で行う, という流れになっている。なお, 連成法 1 の場合には FDLB 法において境界のボクセル化のテクニックを利用するため, GPU 演算のための言語として CUDA ではなく NVIDIA Cg を用いて実装する。

Cg 計算部分から CUDA 計算部分へのデータの受け渡しには PBO(Pixel Buffer Object) を用いた。これにより, データをメインメモリにダウンロードすることによる転送時間を省くことができる。

Cg による FDLB 法の計算

FDLB 法の計算は NVIDIA Cg で行う。Cg ではテクスチャの RGBA の 4 チャンネルそれぞれに変数を格納して GPU 上での計算を行う。境界条件の適用を効率的に行うため, FDLB 法の局所速度分布関数は R と G, B と A で反対の方向の速度ベクトルを持つように格納する。本研究の場合には D2Q21 モデルを使用しており, ２１種類の局所速度分布関数 (第 2 章の図 2.2 参

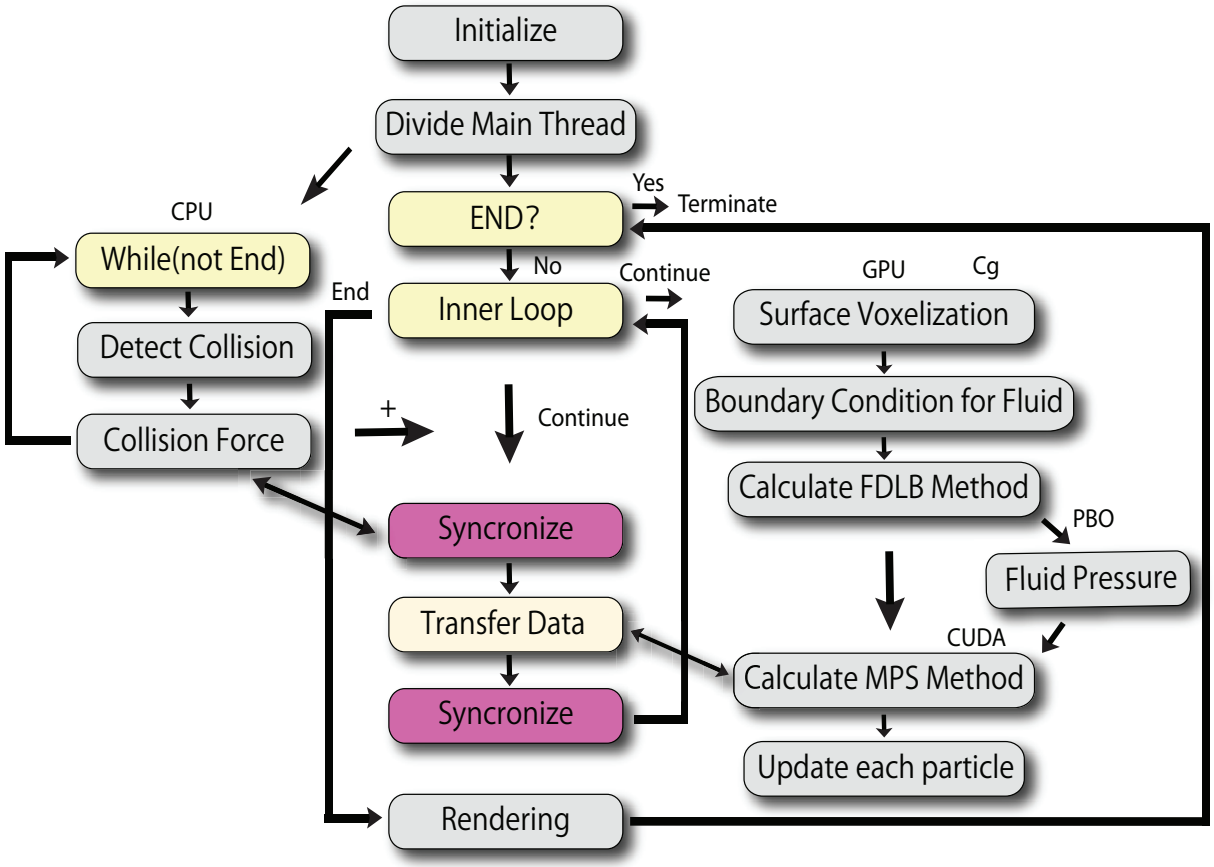

図 3.1　Flow Chart

照) が存在するので, 6 枚のテクスチャが必要であり, 最後の一枚には速度ベクトルが $(0, 0)$ の局所速度分布関数を格納する。

また, 流体の境界条件の計算のために動的に移動している構造体の表面の情報を取得する必要がある。これはそのまま実装すると, 構造体表面の三角形全てと流体格子の交差判定を行うこととなり, 非常に計算コストが高い。そこで, GPU 本来のグラフィックスのパイプラインを用いて物体表面をボクセル化 (Surface Voxelization) し, 境界を抽出して流体格子との交差判定を高速かつ半自動的に行う。

FDLB 法において構造体の表面から境界のボクセル情報を生成し, 境界条件を適用する方法は Wei ら [15] によって提案された。この方法では深度剥離 (Depth Peeling) の考え方を応用し, 半ば自動的に境界のボクセル化を行う。これによって僅かな前設定を行うことにより, 障害物や壁境界をオフスクリーンレンダリングするだけで任意の境界条件を適用することが可能となる。

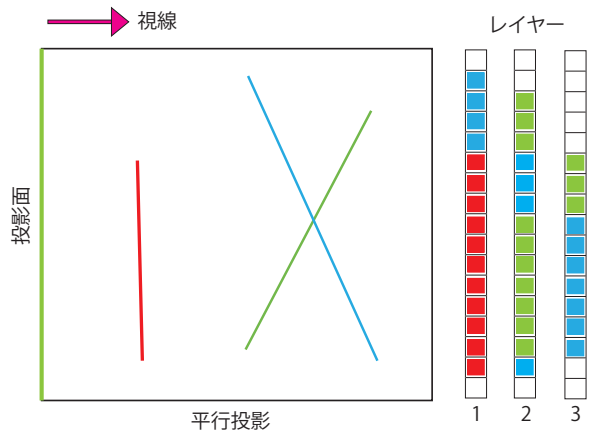

図 3.2　Depth Peeling による表面ボクセル化

Depth Peeling とは本来, GPU の深度バッファを用いてフラグメント (3D 形状を描画画面に投影した画素) を視点を起点として深度順にソートする方法である。ここで, 図 3.2 のように z 軸に沿った視線を定義し三次元空間を視線に平行な 2 次元断面で考え, 赤, 青, 緑の線がボクセル化したい物体表面であるとする。またここでは GPU の一回の処理をパス, とよぶ。Depth Peeling 処理時, 最初のパスでは, 構造体のポリゴン (物体表面) を通常通りフレームバッファにオフスクリーンレンダリングし, 最も深度の小さいフラグメント (境界ボクセル), つまり一番浅いレイヤー (図 3.2 の 1 番目左のレイヤー) を得る。2 番目のパスからは, 各フラグメントをその一つ前のパスの深度バッファから得られる深度テクスチャと比較し, 現在の深度値が大きい値のとき, そのフラグメントをオフスクリーンレンダリングする。これを繰り返すと, 任意のポリゴンの集合は投影面からの距離順にテクスチャに格納されていく (図 3.2 のレイヤーがそのテクスチャを示している)。各レイヤーに格納されるフラグメントには表面の位置 (画像のピクセル番号と深度情報から得られる) と流体計算に必要な任意の情報を含めることができる。このループはテクスチャに書き込まれたピクセルの数がゼロになるまで行えばよい。以上の操作をそれぞれ画像平面を主軸の 1 つと直交させ, 処理を各 3 次元軸方向に一回ずつ適用する。

これによって境界の表面のみのボクセル情報を GPU の通常のグラフィックスのパイプラインを利用して高速に生成することができる。

次に, 生成された表面ボクセルを用いて, 各流体格子との交差判定を行い, 式 (2.105) で表される境界条件を適用する。この処理は, 表面ボクセルの格納されたテクスチャを頂点配列として局所速度分布関数を保持しているテクスチャへ直接レンダリングし, 同時に境界条件をフラグメン

トシェーダにて適用することで完了できる。表面ボクセルを頂点配列としてレンダリングした場合, そのフラグメントは一つ分の局所速度分布関数にしか適用されない。よって全ての境界と交差する全ての局所速度分布関数に対して境界条件を適用するためには, 局所速度分布関数のテクスチャに 3 回分ボクセルをレンダリングする必要がある。まず, 1 回目のレンダリング時にはボクセルを通常通りレンダリングする。次に 2 回目は R と G のチャンネルにのみ修正されるように色マスクを設定し, バーテクスシェーダを用いて頂点配列を平行移動させてからレンダリングを行う。このときの移動ベクトルは R チャンネルに格納されている局所速度分布関数の速度ベクトルを c_i とすると, $flag1 \times flag2 > 0$ のとき c_i, $flag1 \times flag2 < 0$ のとき $-c_i$, $flag1 \times flag2 = 0$ のとき 0 である。ここで,

$$flag1 = (pos_x, pos_y, pos_z, 1) \cdot (A, B, C, D) \tag{3.1}$$

$$flag2 = (A, B, C) \cdot c_{i\alpha} \tag{3.2}$$

である。ここで, (A, B, C) は正規化された表面の法線ベクトルであり, 境界ボクセルの中に情報として保持されている。また (pos_x, pos_y, pos_z) は移動前の境界ボクセルの位置である。最後に今度は B と A のチャンネルが修正されるように色マスクを設定し, 2 回目と同様の処理を繰り返す。

また, 境界条件を適用するフラグメントシェーダでは, 式 (2.105) を計算するが, 境界と速度ベクトルとの交差位置 Δ が必要となっている。これは, 境界ボクセルから求めることができ, 境界表面は, 平面の方程式 $Ax + By + Cz + D = 0$ によって表現することができることから,

$$\Delta = 1 - \frac{frag1}{flag2} \tag{3.3}$$

と求めることができる。

3.1.3 連成法２の場合

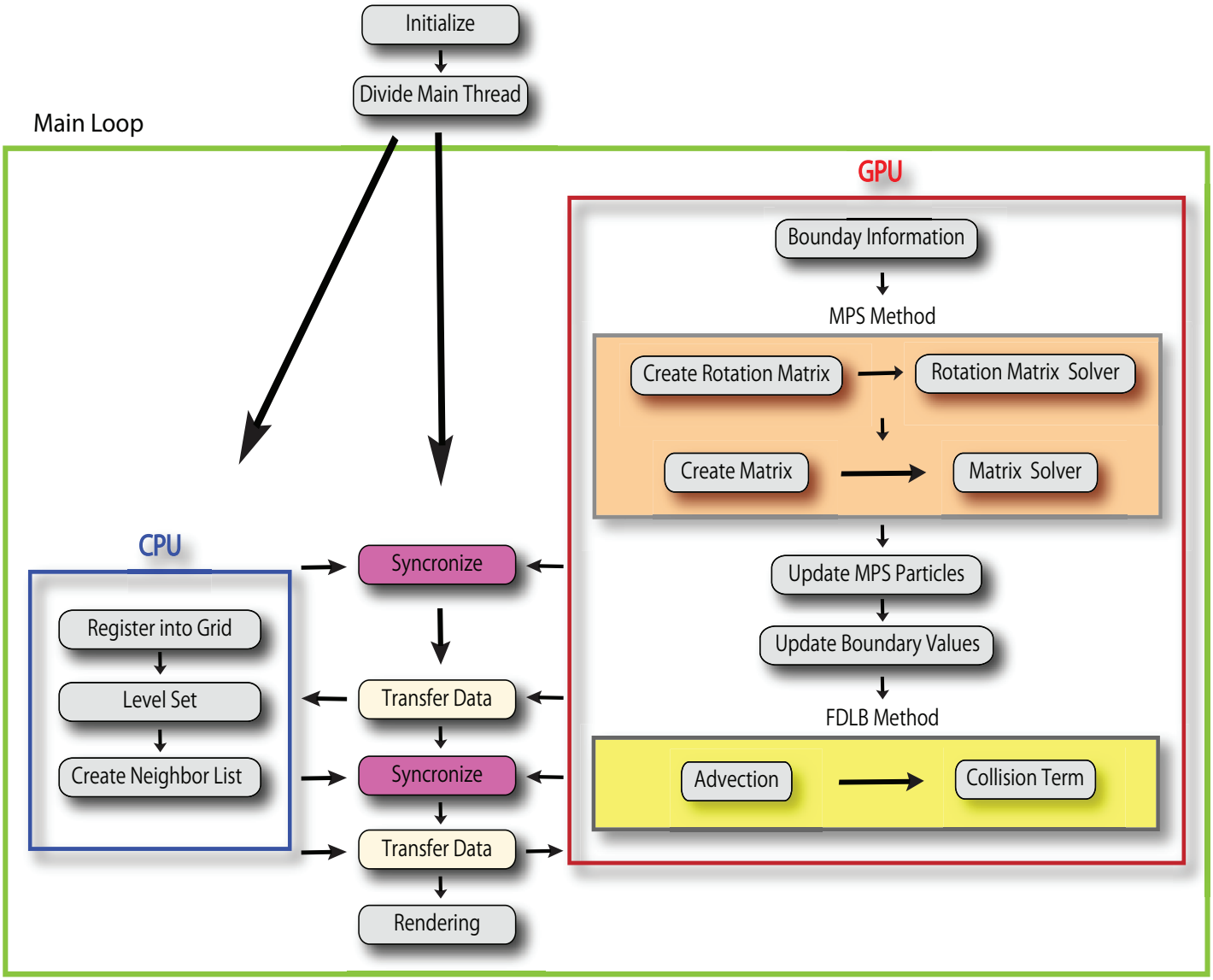

図 3.3　Flow Chart

連成法２の場合には, おおまかな実装の流れは図 3.3 のフローチャートのようになる。連成法２の場合には GPU 上の計算は全て CUDA で実装する。

まず, 初期化時に後述する粒子の探索格子への登録と流体格子のレベルセット, 流体ー構造体の運動量変換行列を作成し, さらに MPS 法においてある粒子の近傍にある粒子群を探索しリスト化する。初期化後, メインスレッドを２つに分割し片方で GPU の制御を行う。GPU 上ではま

ず, 全ての流体格子において, 今走査している格子の表面レベルが正であり, FDLB 法局所速度分布関数の 39 種類の速度ベクトル方向にある格子のレベルが負であったときに, その格子を境界格子として登録し, 境界に流れ込む流体の運動量を計算する。その次に境界格子と判定された流体格子の近傍にある粒子に運動量変換のための重みを掛けて構造体を構成する粒子 1 つ 1 つへの流体の影響を計算する。その後, 構造体粒子の回転角度と角速度を求めるために, 式 (2.73), (2.74) の係数行列を作成し Newton-Raphson 法で解き, MPS 法の粒子間相対変位と粒子間相対速度を求めて式 (2.129) の係数行列を作成する。この係数行列を作成する時, 同時に構造体同士の衝突判定とその力の計算も行い, さらに粒子に流れ込む流体の運動量を足し合わせる。係数行列が作成できたら, 式 (2.129) を修正共役勾配法で解き, 構造体の新しい速度を求めて粒子の更新を行う。このとき, 更新された粒子は CPU 側のメインメモリに転送されて, 別スレッドにて次の時間ステップのために粒子の探索格子への登録と流体格子のレベルセット, 流体ー構造体の運動量変換行列を作成, さらに粒子の近傍にある別の粒子群を探索しリスト化する。それと同時に GPU 側では, 境界格子にて満たすべき速度分布を計算し, 次の時間ステップに流体に流れ出るべき運動量を局所速度分布関数に変換し格納しておく。最後に全ての流体格子にて通常通り, FDLB 法の移流と衝突過程を式 (2.77) で計算し, 連成を完了させる。

連立方程式の解法

構造体に関しては CUDA を用いて MPS 法の陰解法による計算を粒子の速度の修正量と回転角について行うが, 行列方程式の係数行列の作成とその反復法による求解が必要となる。本研究では回転計算に Newton-Raphson 法, 速度の修正量は修正共役勾配法を用いて計算を行う。

Newton-Raphson 法では, 変数 $x_0, x_1, x_2, ..., x_i$ についての多変数非線形連立方程式 $f(x^i) = 0$ の解への反復を,

$$x^{n+1} = x^n - J(x^n)^{-1} f(x^n) \tag{3.4}$$

を繰り返し, 新しい x^{n+1} と現在の x^n の残差ノルムが設定誤差以下になるようにすることによって行う。ここで, $J(x^n)^{-1}$ はヤコビアンの逆行列である。ヤコビアンの逆行列を直接求めることは非常に計算コストが高いため, ここでは,

$$J(x^n)\Delta x = -f(x^n) \tag{3.5}$$

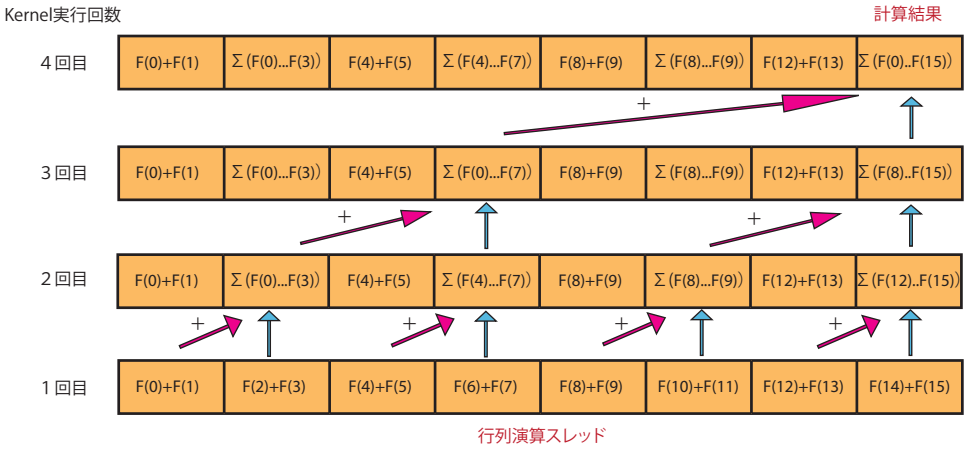

図 3.4　アップスイープフェイズ

を Δx について前処理付き共役勾配法によって解くことで修正量を得て, 式 (3.5) を以下のように置き換えて Newton-Raphson 法を実行する。

$$x^{n+1} = x^n - \Delta x \tag{3.6}$$

ここで, 共役勾配法の前処理行列は係数行列 $J(x^n)$ を不完全 LU 分解することによって得られる。

また, 共役勾配法や Newton-Raphson 法では巨大な行列同士の積を実行したのちに, 残差ノルムや内積の計算をするため, 配列の全ての要素にわたって合計を求める操作が頻出し, 最も計算コストが高価で, かつ並列化することが困難な処理となっている。

ここで, MPS 法のデータ構造の特徴について考えると, 構造体を構成するある粒子 i は, 毎時間ステップにおいて, 近傍にある粒子のリストを保持しており, そのリストに含まれる粒子との間と対称になるように影響が計算される。よって係数行列と変数行列の積は行列全体に対して行う必要はなく, 近傍粒子リストに格納されている粒子の表す行列位置のデータのみを掛け合わせればよい。

さらに内積の計算では行列の積によって求まった値に, さらに他の列ベクトルの成分を掛け合わせて配列全要素にわたっての和を求めることになるが, これは, 近傍粒子間の行列要素との処理結果を用いて平衡 2 進木を構築し, ルートへ, またはルートからスイープすることによって行列処理と総和演算を同時に効率よく並列化することができる。このアルゴリズムは, 並列プレフィクス和 [25] の前処理と同様にアップスイープフェイズを用いる。粒子 i とその近傍粒子の間

で行われる任意の行列処理を $F(i)$ とすると, アップスイープフェイズは図 3.4 に示すように, 行列演算を CUDA の各スレッドにてツリーの内部ノードにある２つの粒子分ずつ計算し, 平衡 2 分木をリーフからルートまでトラバースする。この処理は総粒子数を N 個とすると $\frac{1}{2}log_2N$ 回 CUDA の Kernel を呼び出し, 繰り返すことによって完了し, 配列の末尾に計算結果が還元される。

構造体の表面レベルセットと表面抽出

構造体の表面を抽出するために, 流体格子点での表面レベルを設定する必要がある。表面レベルは, 流体格子数分の浮動小数点一次元配列を用意しておき, CUDA の Kernel 内にて近傍にある構造体粒子との距離を計算し, その重みを加算していくことによって求まる。ここで, 近傍の粒子を探索するために全ての粒子を探索するとの計算コストは $O(n^2)$ となり非常に非効率である。そこでまず, 計算領域全体を覆う立方体探索格子を定義し, 毎時間ステップにて構造体粒子全てを対応する格子にそれぞれ格納する。この探索格子は一次元配列として定義し, 格子の解像度を 3 軸方向それぞれ R_x, R_y, R_z とすると, (m_x, m_y, m_z) 番目の格子のインデックスは,

$$m_x + m_y \times R_x + m_z \times R_x \times R_y \tag{3.7}$$

となる。また, シミュレーション領域の大きさを 3 軸方向それぞれ D_x, D_y, D_z とすると, 任意の 3 次元位置 (x, y, z) にある粒子の格納される格子のインデックス m は,

$$m = x\frac{R_x}{D_x} + yR_x\frac{R_y}{D_y} + zR_xR_y\frac{R_z}{D_z} \tag{3.8}$$

と求まる。

ここで, 流体格子点において近傍の粒子を探索するためには, 流体格子点の位置も同様にその所属する格子インデックスを式 (3.8) で求めると, 探索すべき近傍の粒子は, その所属する探索格子とそれを囲む全２６格子に格納されている。よって全ての粒子に対して流体格子点との距離を計算する必要がなくなり, 大幅に計算コストを削減できる。

また, この粒子の格納された格子は, 粒子同士の衝突判定にも利用することができるほか, 流体格子点上で表面レベルは, 可視化時にマーチングキューブ法などを用いて粒子で表現された構造体から陰曲面生成することにも有効利用できる。

3.2 精度の検証

本節では 2.4.2 章で提案した連成法 2 に関して 3 次元での計算精度の検証を行う。本論では, MPS 法, FDLB 法それぞれに関しての精度の検証に関しては文献 [10], 文献 [14] に譲る。

新しい解析法の精度の検証のためには解析解の存在する条件での物理量や, 実験によって得られたデータとの比較をすることが一般的であるが, 本研究の理論に関しては変形物体と流体の連成物理という解析解の存在し得ない状況を扱っているため, 精度検証のための比較資料が存在しない。また, 流体と変形物体の相互作用という問題は, 非常に実験をすることが困難であり, 過去の研究においてもほとんど実験値との定量的な比較は行われていない。そこで本論では Wall らの導入したベンチマーク問題 [18] を解析し, 過去に得られた一般的に精度の非常に良いとされている解と比較することで提案手法の精度の検証を行う。

Wall らのベンチマーク問題では, 一様な流れの中に置かれた側面が $D \times D$ の角柱の後ろに固定された長さ $4D$, 厚さ $0.06D$ の薄い平板が, 角柱周りで生じたカルマン渦によって弾性変形する状況を扱う。Wall らのベンチマーク問題は 2 次元問題としての結果のみ記されているが, ここでは 3 次元に拡張して比較を行う。

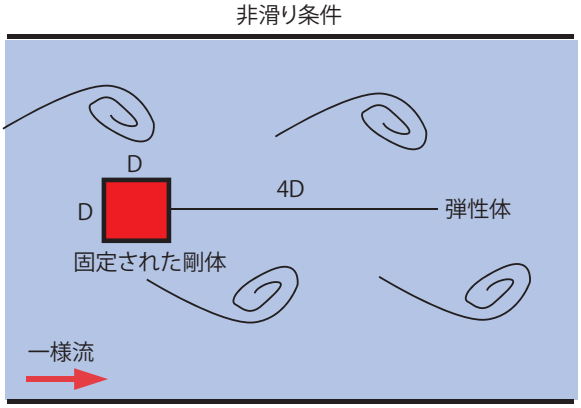

図 3.5　流体-構造体連成時のベンチマーク問題

図 3.5 に角柱と平板の配置を示す。流体は, Re=333 となるように一様な流れを与え, 質量密度 $\rho_f = 1.166 \times 10^{-6}[g/mm^3]$, 粘性係数 $\mu = 1.824 \times 10^{-4}[g \cdot s/mm^2]$ とし, 構造体は, 密度 $\rho_s = 1.0 \times 10^{-}4[g/mm^3]$, ヤング率 $2.5 \times 10^5[g \cdot s/mm^2]$, ポアソン比 0.35 とした。また, 解析のための流体格子数は $128 \times 128 \times 128$ の立方体領域とし, 構造体には平板に粒子数約 36000 個, 角

柱に約 100000 個を用いた。

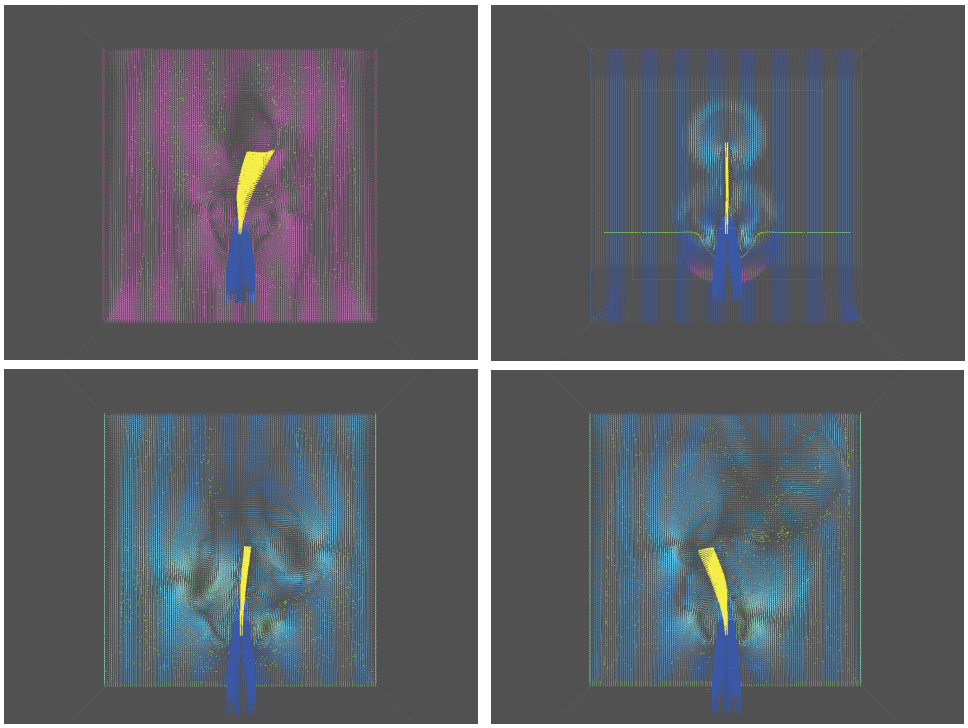

図 3.6　ベンチマーク問題の速度分布

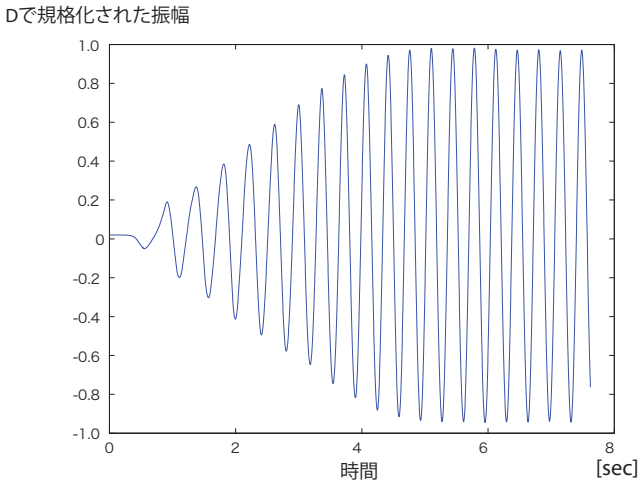

図 3.7　平板先端の x 軸方向変位

解析の結果得られた速度分布の 2 次元断面を図 3.6, 平板の上端の変位を図 3.7 に示す。ここで, 図 3.6 の中央下側の青い物体が角柱, 黄色の物体が平板となっており, 可視化には流速の速度

ベクトルに圧力の値で色付けしている他, 質量をもたないパーティクルを流れ場に移流させている。

この結果を, 強連成法を用いて高精度の解析を行っている Matthie らの２次元でのシミュレーション結果 [19] と比較した。Matthie らの結果は精度が非常に高いとされ, 広く比較資料として用いられている。Matthie らの結果では十分に精度の高い連成が行われていないと平板が一定の振幅と周波数で振動し続けないことが報告されている。提案手法を用いたシミュレーションを行った結果, 図 3.7 に示すように, 平板は一定の周期と振幅で振動し続け, 周波数も Matthie らの結果に共に良く一致していることが分かった。しかし, 振幅に関しては Matthie らの結果よりも少し小さくなるという結果が得られた。これは, 問題を３次元に拡張していることにより, 平板が図 3.6 に示すように x 軸方向の振動のみではなく, 曲げ振動も同時に引き起こされているためだと考えられる。これにより, 提案手法が, 十分な精度を確保できていることが分かる。

3.3 計算速度

本研究にて実験で使用した使用機材は以下の通りである。

OS	::	Microsoft Windows XP Professional 32bit
CPU	::	Intel Core 2 Quad 2.4GHz
Motherboard	::	Asustek P5K
Memory	::	DDR2-6400 800Hz 2GB
Graphic Board	::	NVIDIA Tesla C870 and NVIDIA Geforce 8600GT
Compiler	::	Microsoft Visual Studio 2005 Standard Edition and Intel C++ Compiler

提案手法の実行速度に関しては, シミュレーションで扱っている状況によって変化するが, 連成法 2 を用いた Wall らのベンチマーク問題のとき, 約 40.5FPS[Frames Per Second] の速度が得られた。また, 後述する声門波生成過程のシミュレーションにおいては, 連成法 1 を用いた 2 次元の解析の場合には約 60.2FPS, 連成法 2 を用いた 3 次元の解析時には約 30.6FPS の速度が得られた。

3 次元でのシミュレーション時には, 2 次元のシミュレーション時に比べて構造体を表現するための粒子数, 流体格子数共に著しく増加してしているにも関わらず, 最小限の実行速度の低下で済み, インタラクティブレートでの実装速度を保っている。また, Wall のベンチマーク問題に関しては, 従来の解析手法の実装と比較して驚異的な実行速度を達成した。このことから, 連成法 2 が連成法 1 に比べて, 計算コストがかなり低く抑えられていることが分かる。

また, 連成法 2 に関しては, CPU のみでの実装も行った結果, 約 0.3FPS の速度で Wall らのベンチマーク問題を解くことができた。これは従来の連成法 ([19] や [22]) に比べ非常に高速であることから, アルゴリズム自体の計算コストが非常に低い手法を提案できたことが分かる。また, GPU 実装の効果として約 130 倍の高速化倍率が得られていることも分かる。

3.4　声門波生成過程のシミュレーションへの適用

本研究では, 2.4.1 章の連成法を 2 次元で, 2.4.2 章の連成法を 3 次元でそれぞれ声門波生成過程のシミュレーションに適用する。

3.4.1　2 次元でのシミュレーション

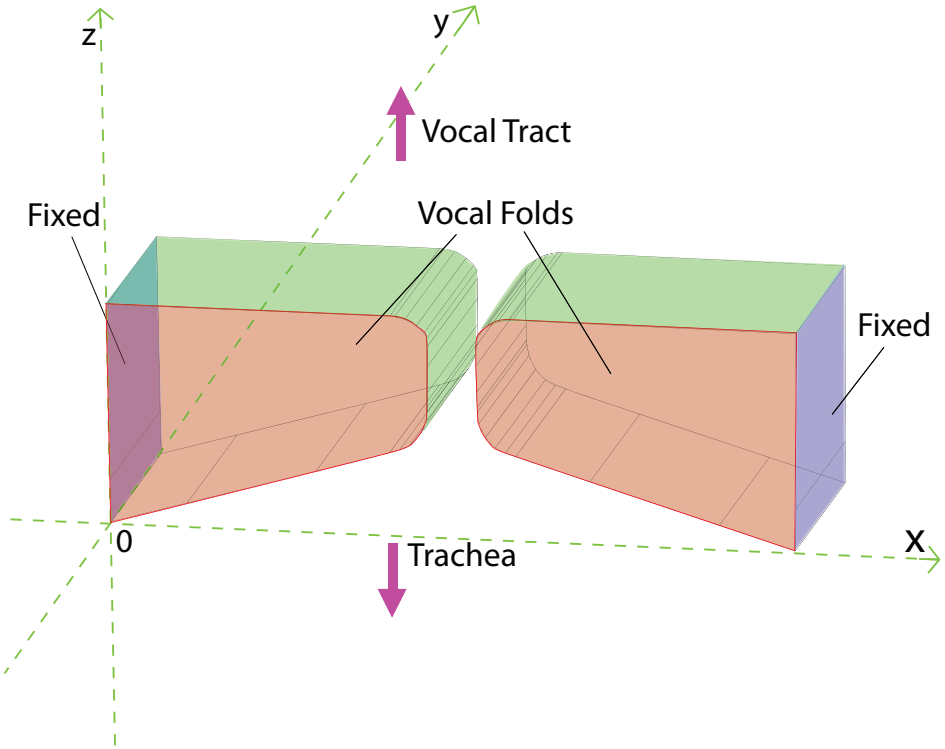

図 3.8　声帯における座標系の定義

2 次元のシミュレーションでは, 2.4.1 章の連成法を適用する。まず, 声門形状に関しては, 図 3.8 のように, 声帯の幅, 長さ, 高さ方向に, 互いに直交する x, y, z 軸をとり, 各軸方向の変位をそれぞれ ξ, ψ, ζ とし, 声帯の運動, 呼気流の流れ共に x-z 平面での 2 次元シミュレーションを行い, 連成させる。ここで, 声帯は, 前面と側面で甲状軟骨に, また背面では披裂軟骨にそれぞれ接合しているため, それらの面は固定端とする。また, 靭帯や筋肉といった声帯組織が, その長さ方向に走行していると考え, x-z 平面で等方性が成り立ち, 長さ方向で異方性であるとする。よって式 (2.8) において $E_x = E_z$, $\mu_{xy} = \mu_{xz}$ とおく。

声帯の形状に関して, 弾性体の運動はその中立状態を与える初期形状によって大きく影響されるので, その値を適切に設定しなければならない。さらに呼気流の流れを精度良く解析するため, 声帯の表面形状が滑らかに変化するようにしなければいけない。ここでは２つの円によって声帯の角に曲率を持たせて, 図 3.9 のように声帯初期形状を表現する。左右の声帯は対称であるとした。この形状に沿って一様に等間隔で MPS 法の粒子が並べられ, 声帯が離散化されることになる (図 3.10)。ここで, 図 3.10 の下側が肺側, 上側が声道側となっている。

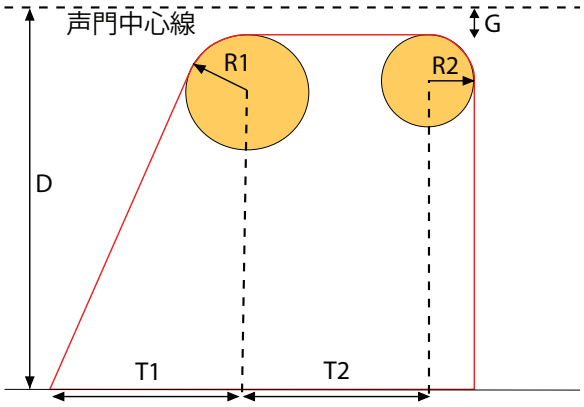

図 3.9　声帯初期形状

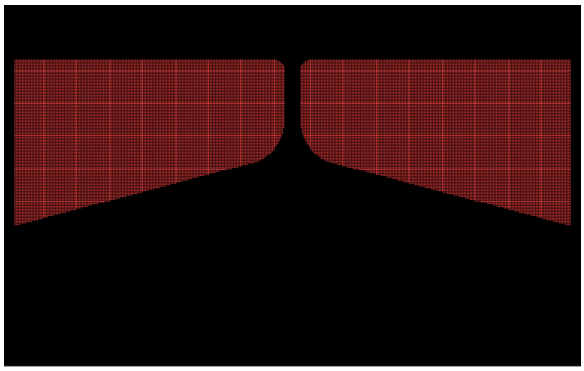

図 3.10　初期粒子配置

また, 声帯は粘膜, 靱帯, 筋肉などのそれぞれ異なる物性値を持った多層構造を有している。本論では, 声帯組織の構造は Body-Cover 構造 [2] に基づく 2 層構造として近似することにした。Body-Cover 構造では, 機能的な視点から Body 層は固有層の深層と筋肉, Cover 層は上皮と固有層の表層, 中間層で構成されており, 主に大部分が粘膜から成り立っている Cover 層が振動をす

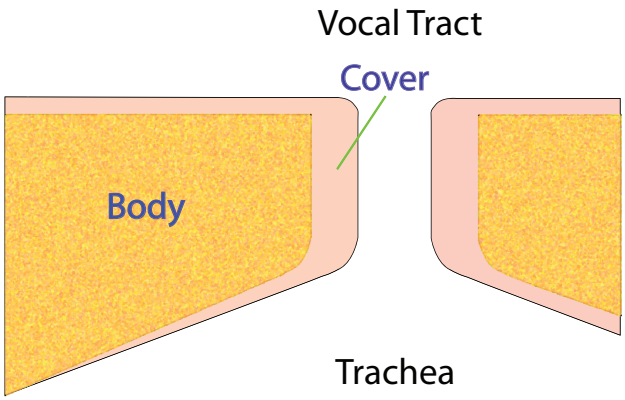

図 3.11　Body-Cover 構造に基づく声帯の 2 層構造

ることになる。ここでは声帯の内部 8/9 の領域を Body 層, 外側の 1/9 の領域を Cover 層とし (図 3.11), Body 層と Cover 層でヤング率を異なる値に設定することによって声帯を分割する。Body 層の物性値は筋肉, Cover 層の物性値は声帯靱帯の表層における値を用いる。粘性率に関しては, Body 層, Cover 層共に等しい値とする。

呼気流に関しては, 図 3.11 の声帯形状を囲む正方形領域を 128×128 の一様格子で区切って FDLB 法を適用し, 肺側から一定の圧力をかけることによって計算を行う。また, 声道側は流出境界とする。

声帯, 呼気流に関する各物性値は以下のように初期値を定めた。

声帯パラメータ ::

幅	0.77	cm
高さ	0.475	cm
長さ	1.4	cm
D	0.791	cm
G	0.021	cm
T1	0.3	cm
T2	0.15	cm
R1	0.125	cm
R2	0.025	cm
密度	1.043	g/cm^3
ポアソン比	0.97	
粘性率	5.0	$g/cm \cdot sec$
初期声帯間距離	0.021	cm
初期粒子間距離	0.0042	cm
影響半径	0.00882	cm

空気パラメータ ::

空気密度	1.184×10^{-3}	g/cm^3
空気粘性率	1.82×10^{-4}	$g/cm \cdot sec$
肺圧	8000	dyn/cm^2

数値計算のタイムステップは 10^{-6}[sec] , 総粒子数は声帯両側を合わせて 32768 × 2 個である。声帯のヤング率を Titze らのケーススタディ [3] に従って, 以下のように変化させてシミュレー

ション実験を行った。

Case A	:: Body のヤング率が 1.0×10^5[dyn/cm^2], Cover のヤング率が 10.0×10^5[dyn/cm^2] とした場合である。
Case B	:: Case A の声帯構造で全体のヤング率を 2 倍に増加させた場合である。
Case C	:: Body のヤング率が 1.0×10^5 [dyn/cm^2], Cover のヤング率が 100.0×10^5 [dyn/cm^2] とした場合である。
Case D	:: Case C の声帯構造で全体のヤング率を 2 倍へ増加させた場合である。

3.4.2 結果

声帯に物性値として表を与えたときの振動の様子を時系列でサムネイルとして示す。

Case A の時の結果を示す。得られた声帯振動の様子を時系列順にサムネイルで示す。

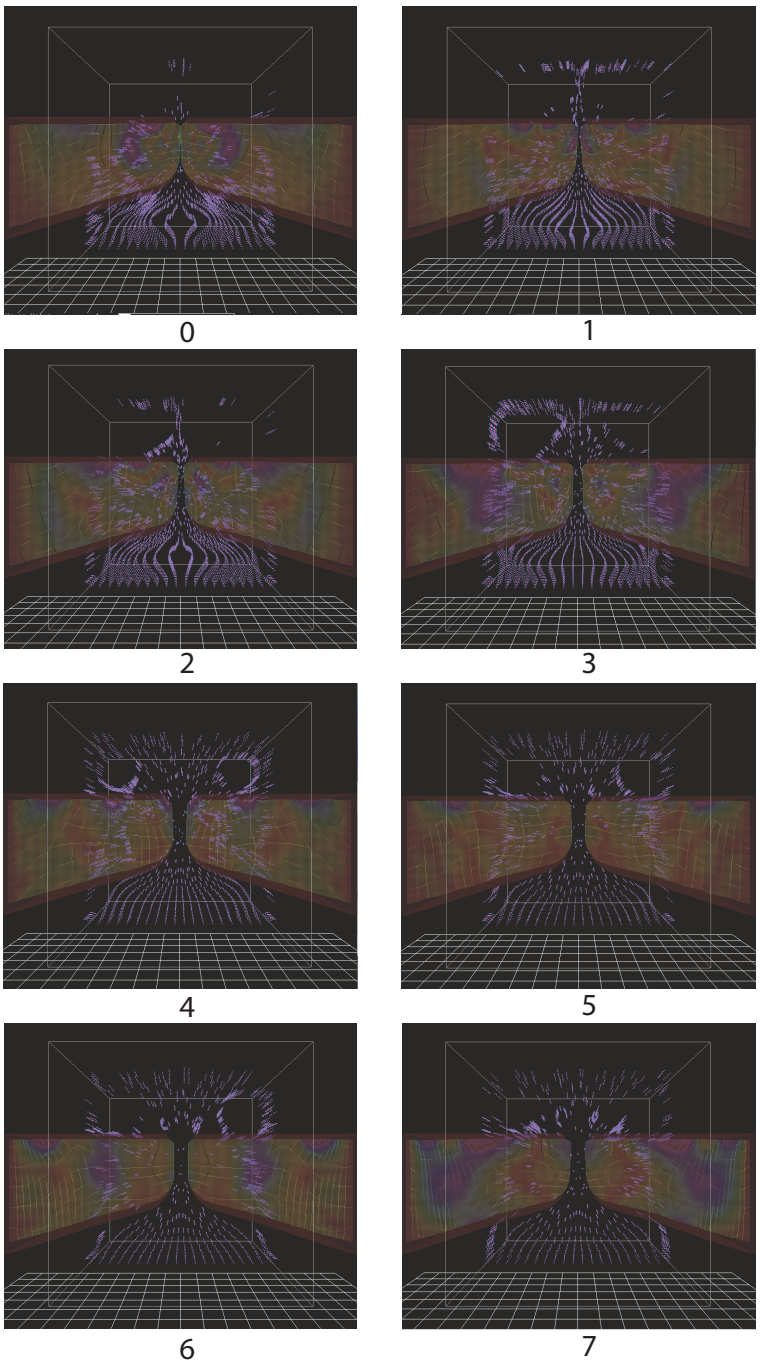

図 3.12　シミュレーション結果 1

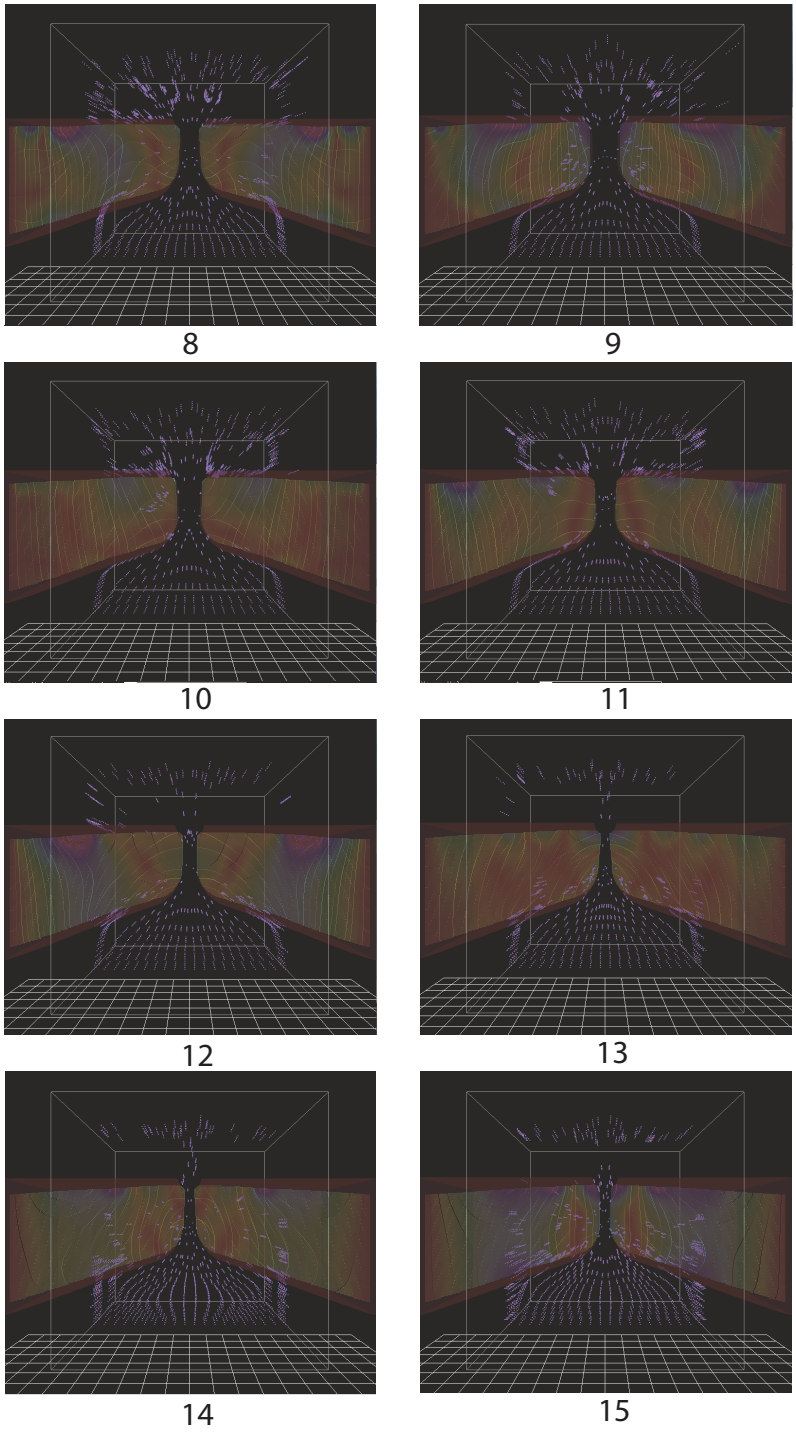

図 3.13　シミュレーション結果 2

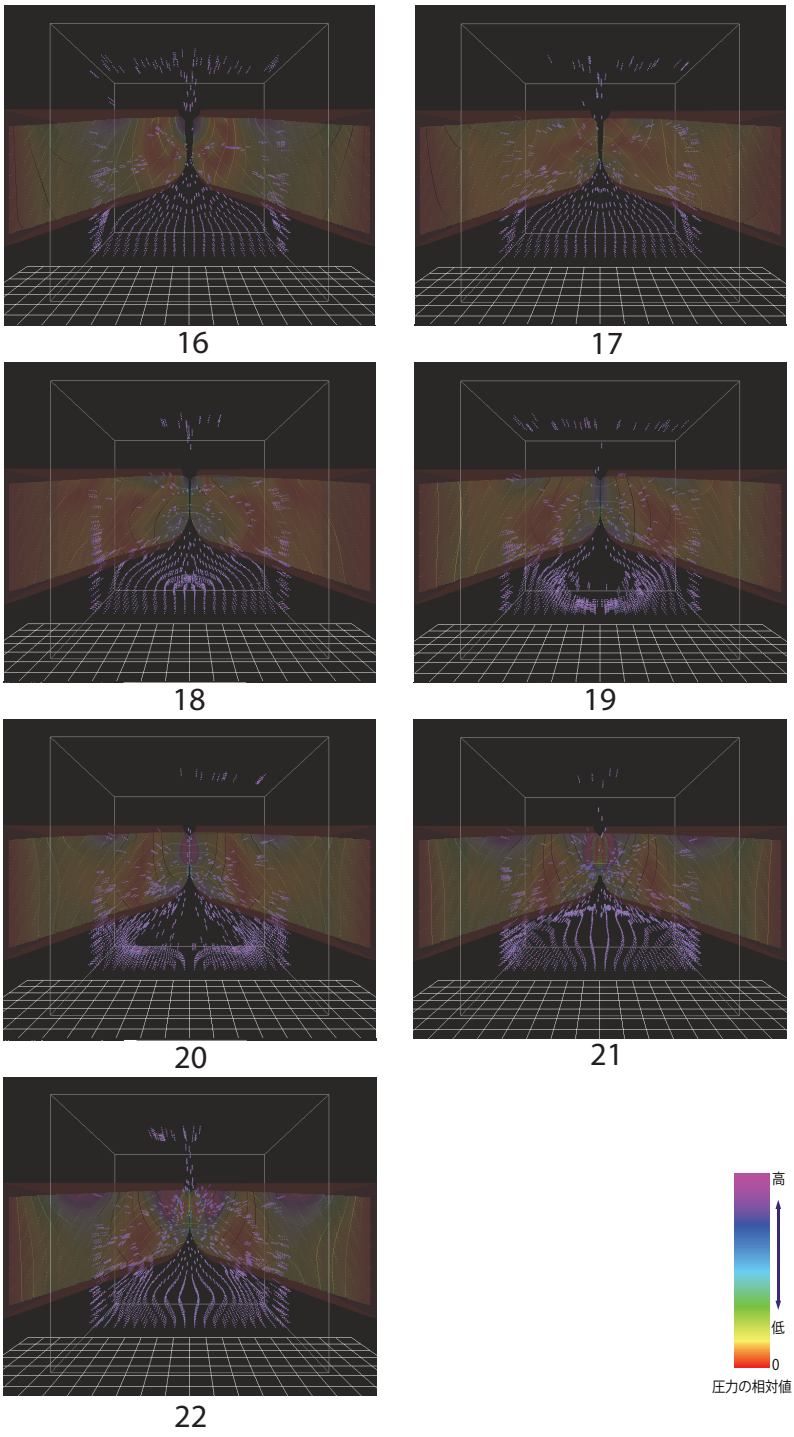

図 3.14　シミュレーション結果 3

次に Case A のときの声門流量波形と声帯上下の表面の変位 (x 軸方向は幅方向, z 軸方向は高さ方向) と断面積の変化を示す。

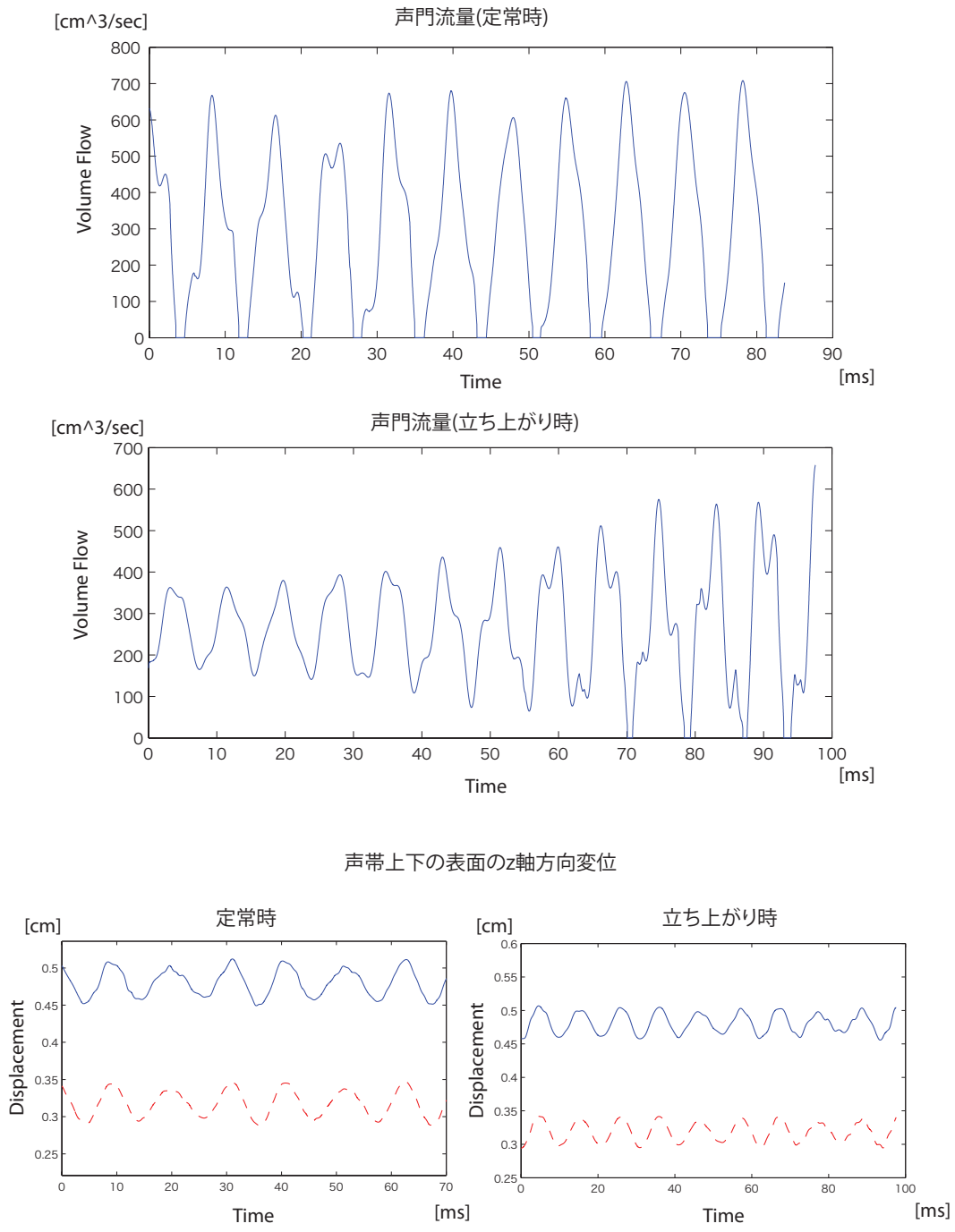

図 3.15　声門流量, 声帯の z 軸方向変位

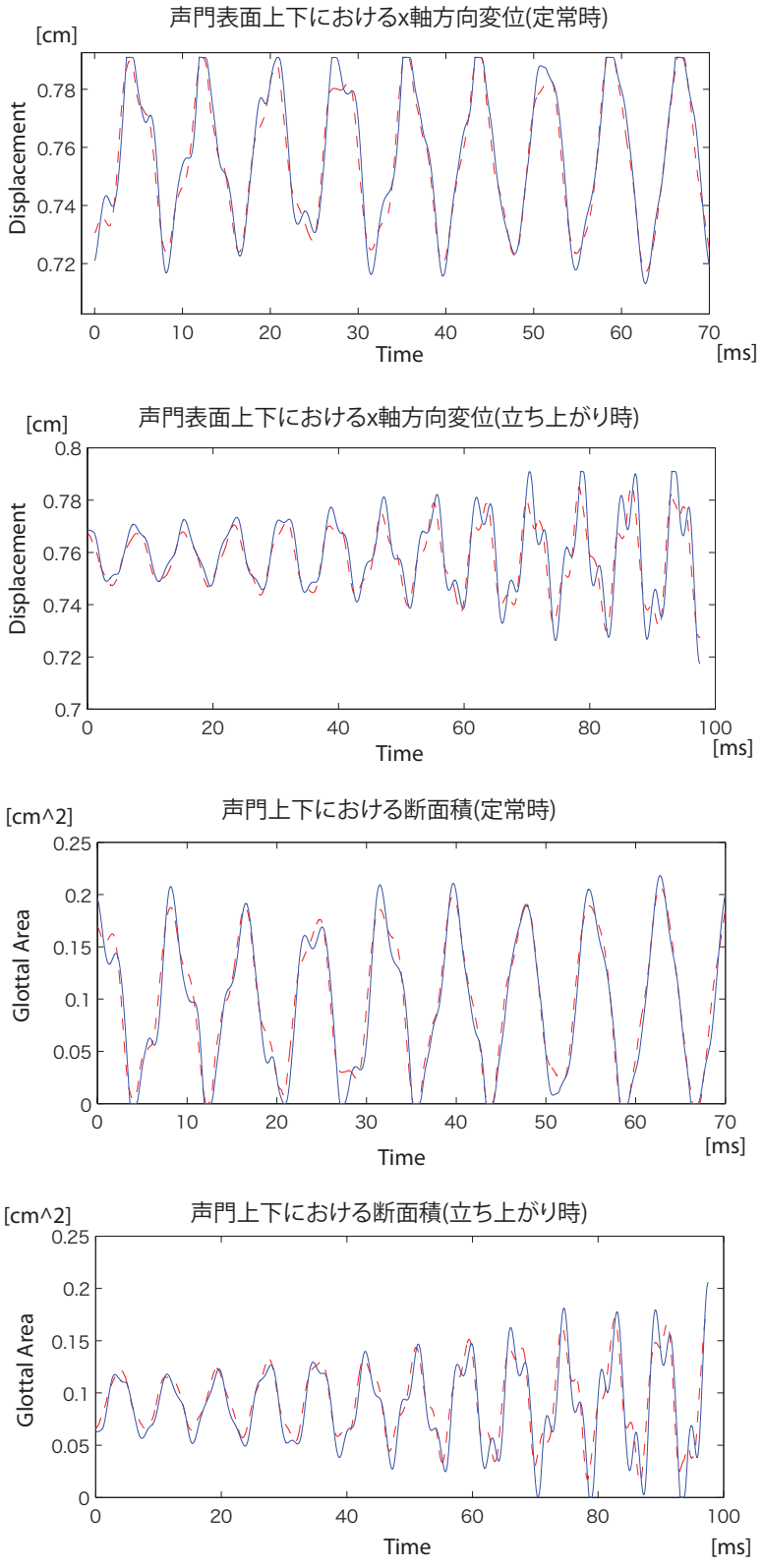

図 3.16　声帯の x 軸方向変位と, 声門上下の開口断面積

図 3.15 と図 3.16 において, 声帯表面の変位と断面積のグラフでは, 青い実線が声帯下部, 赤い点線が声帯上部のものを示している。

図 3.12〜3.14 のサムネイル画像では, 声帯は圧力の絶対値に応じてページ右下のカラーコードによって色づけしたポイントスプライトでの可視化を行っている。また, 呼気流に関しては, 流速場に質量を持たない粒子を流すことでパーティクルトレースによる可視化を行っている。ここで, 画像の下側が肺側, 上側が声道側となっている。

声帯と呼気流を連続体である流体と構造体として動的に連成解析を行った結果, 声帯の形状変化による呼気流の流れの変化の様子を定性的に目で見て理解することが可能となった。

Case A は Cover のヤング率が $1.0 \times 10^5[\mathrm{dyn/cm^2}]$ で, かつ Body のヤング率が Cover の十倍で $10.0 \times 10^5[\mathrm{dyn/cm^2}]$ あるとしている。これは声帯全体において筋肉の収縮の度合いが弱い場合を示している。

声帯が閉じられていると, 声門下の圧力が次第に高まり, 声帯下部を押し広げ始める。それに続いて声帯上部も開き始め, 声門流路が開いた瞬間に呼気流が一気に声門間を流れ, ジェットを形成しているのが分かる。また, ジェットの両端では渦の放出が見て取れる。声帯の軌道は全体的にほぼ楕円にそった運動をしており, これは過去の研究結果とも一致する。また, 圧縮と伸張によるばねのような運動ではなく, 剪断運動が支配的であることもみてとれる。しかしながら, 声帯の収縮の度合いが通常発声時よりも弱すぎるために, 声帯表面を伝わる表面波が大きくなりすぎて数回に一回の割合で左右の声帯が完全に衝突しない状況が観測された。

Case A では声門波の基本周波数が声門流量のグラフより, 約 110Hz となっていることが分かる。これは男性の通常の発声時と同程度の値である。また, 現実には声帯表面上下間には約 60 から 90 度の声帯下部が進んだ位相差が現れる, というのが定説であるが, 今回の結果では x 軸方向変位のグラフからみてとれるように, 立ち上がり時に 20 から 30 度程の位相差が観測されたのみで, 定常時にはほとんど位相差は現れてはこなかった。

Case B の時の結果を示す。得られた声帯振動の様子を時系列順にサムネイルで示す。

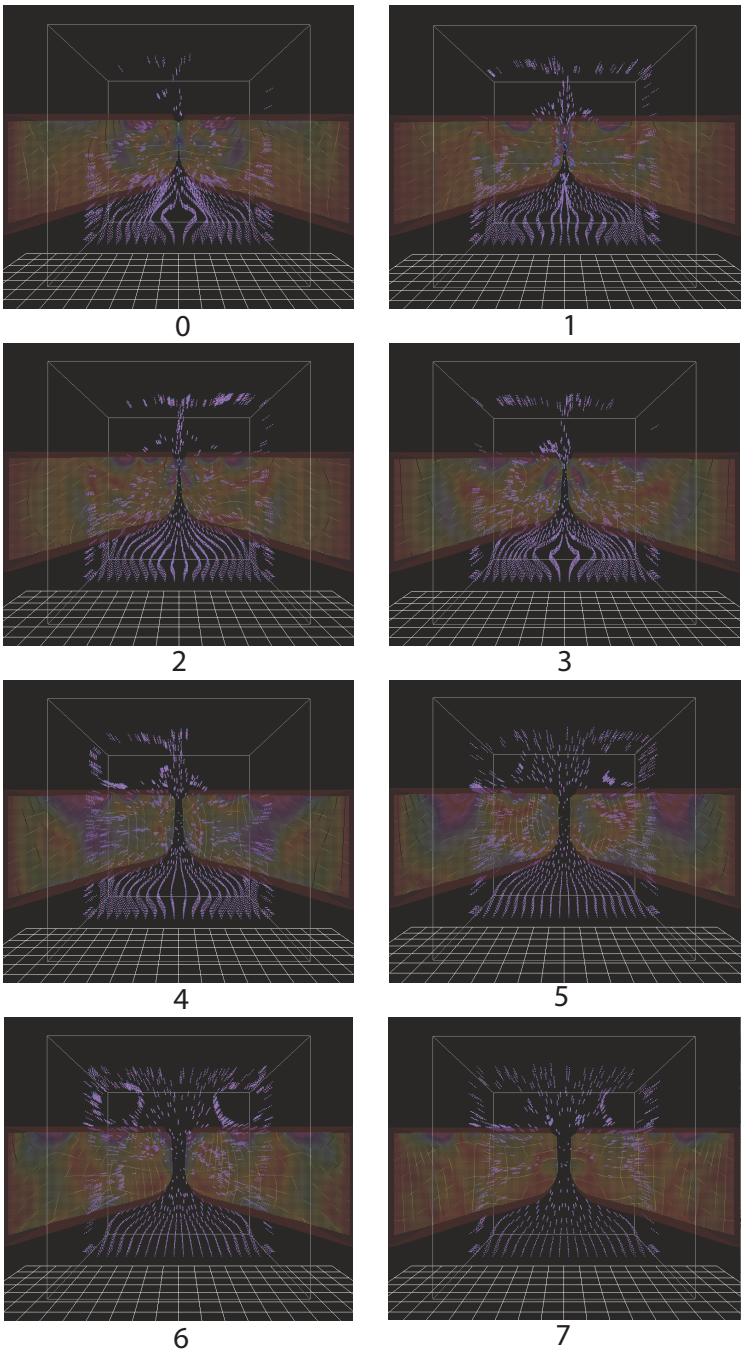

図 3.17　シミュレーション結果 1

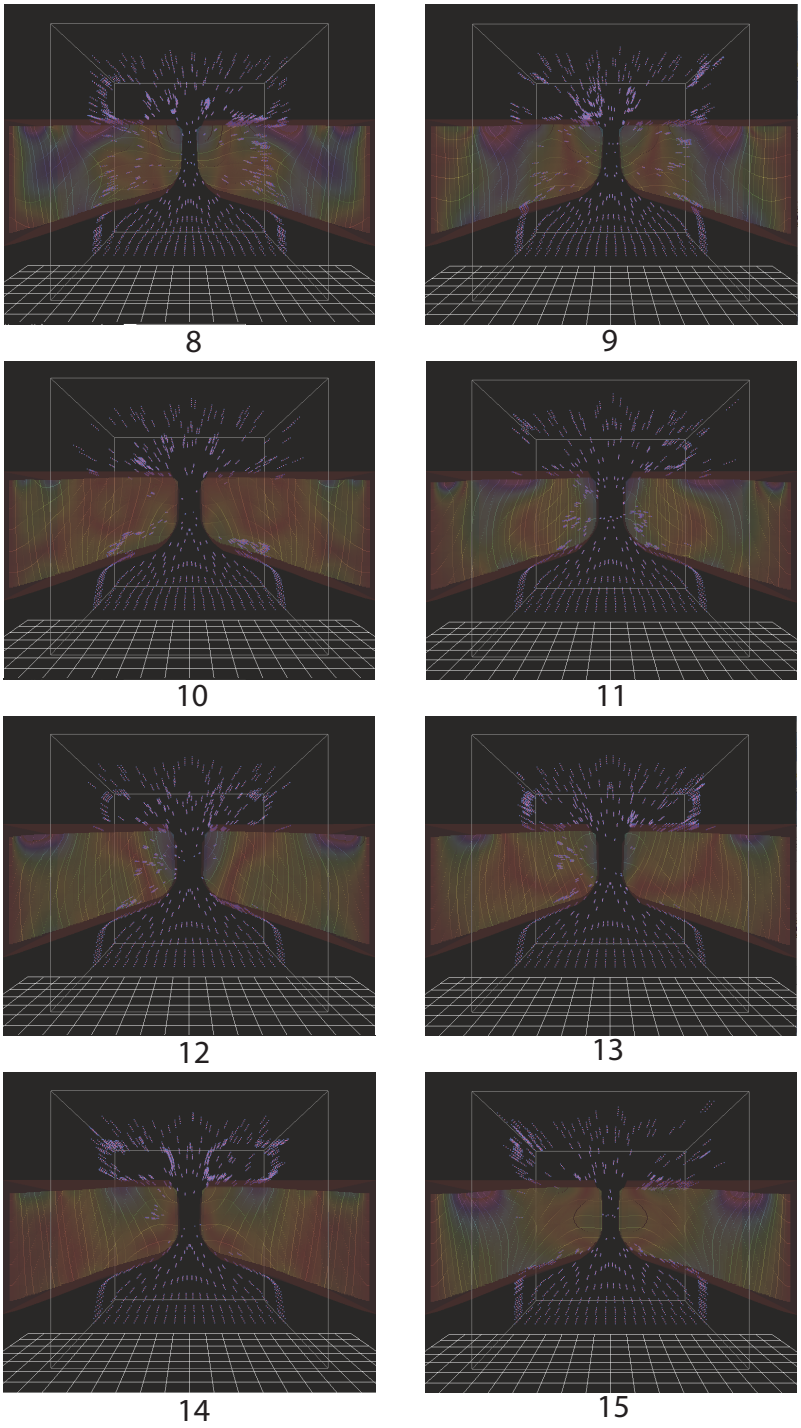

図 3.18　シミュレーション結果 2

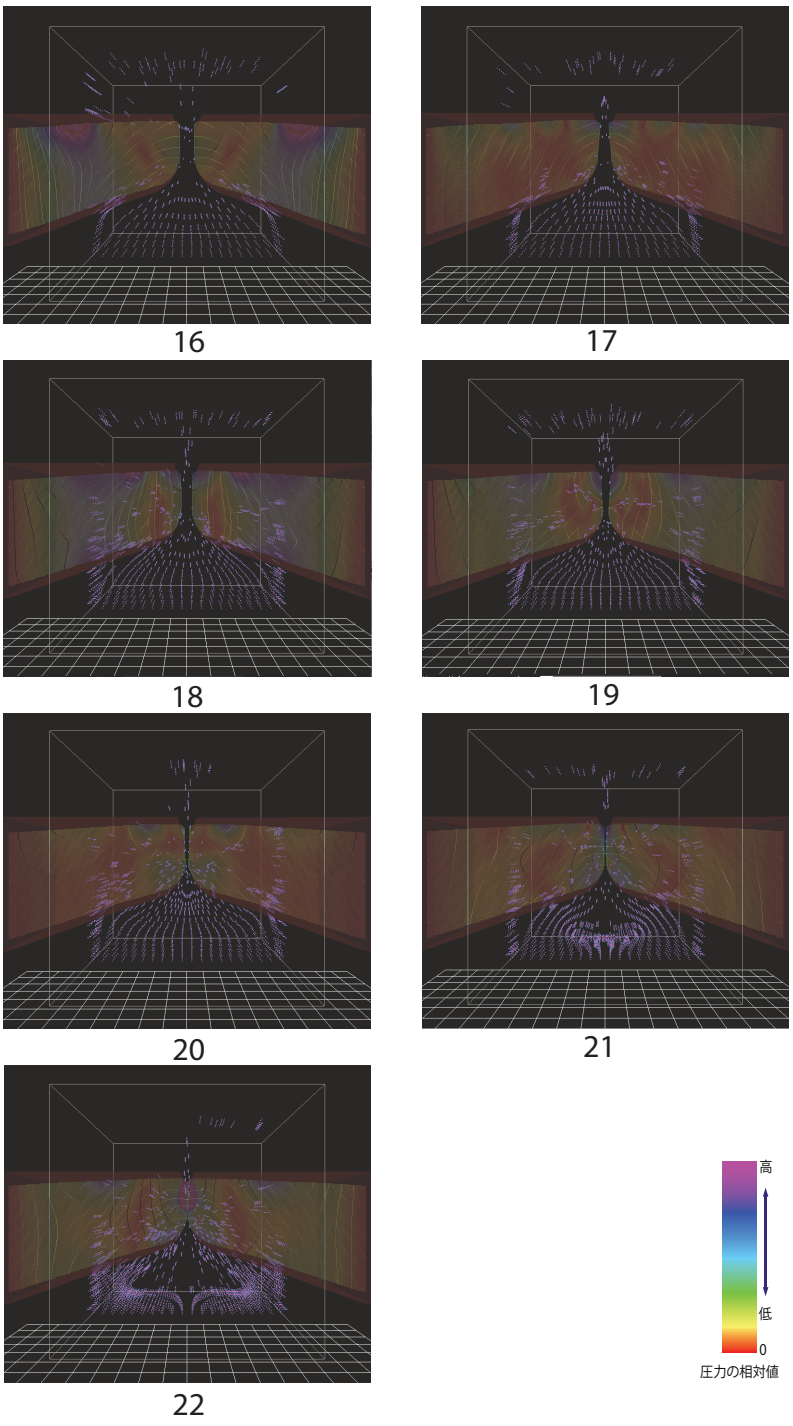

図 3.19　シミュレーション結果 3

次に Case B のときの声門流量波形と声帯上下の表面の変位 (x 軸方向は幅方向, z 軸方向は高さ方向) と断面積の変化を示す。

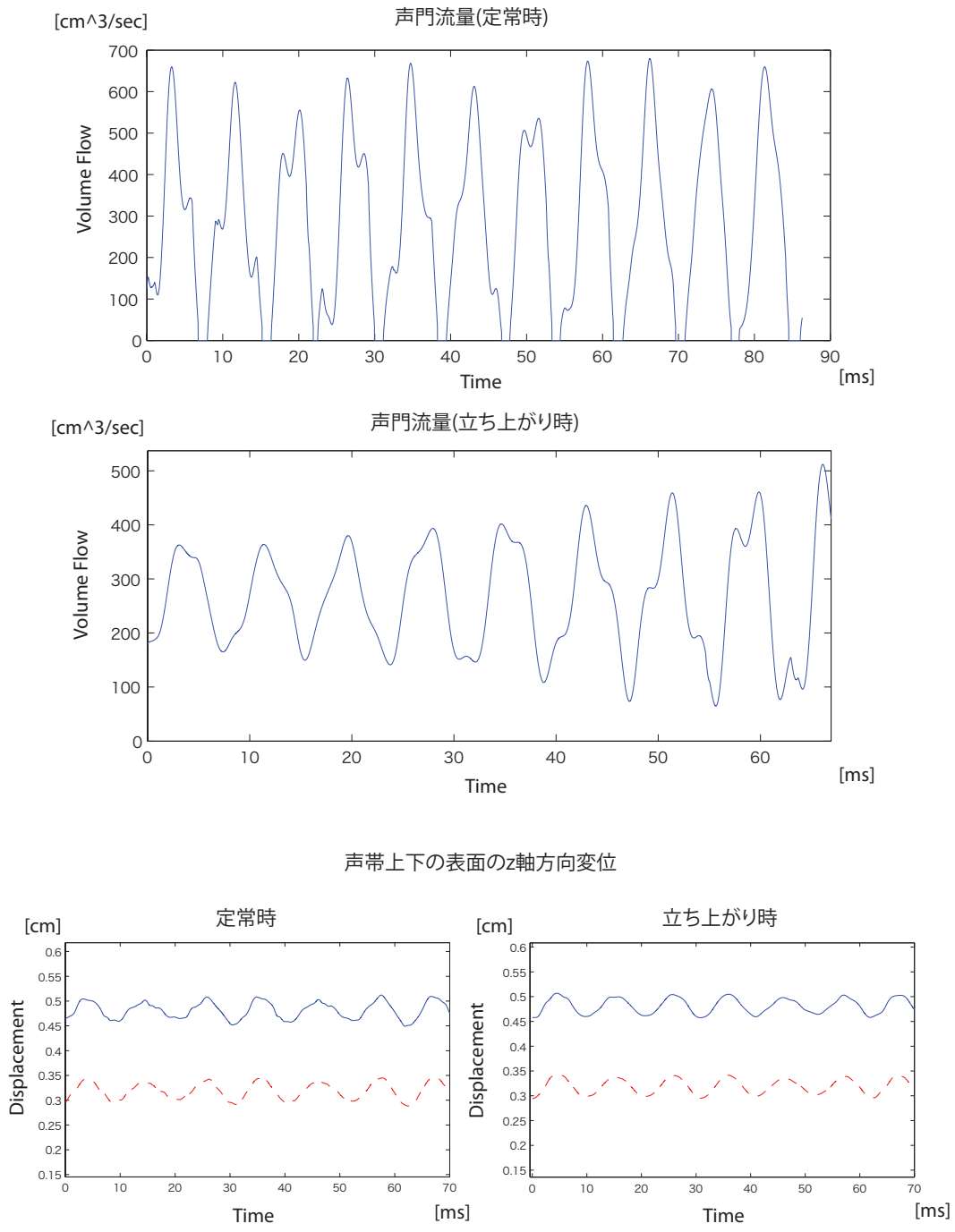

図 3.20　声門流量, 声帯の z 軸方向変位

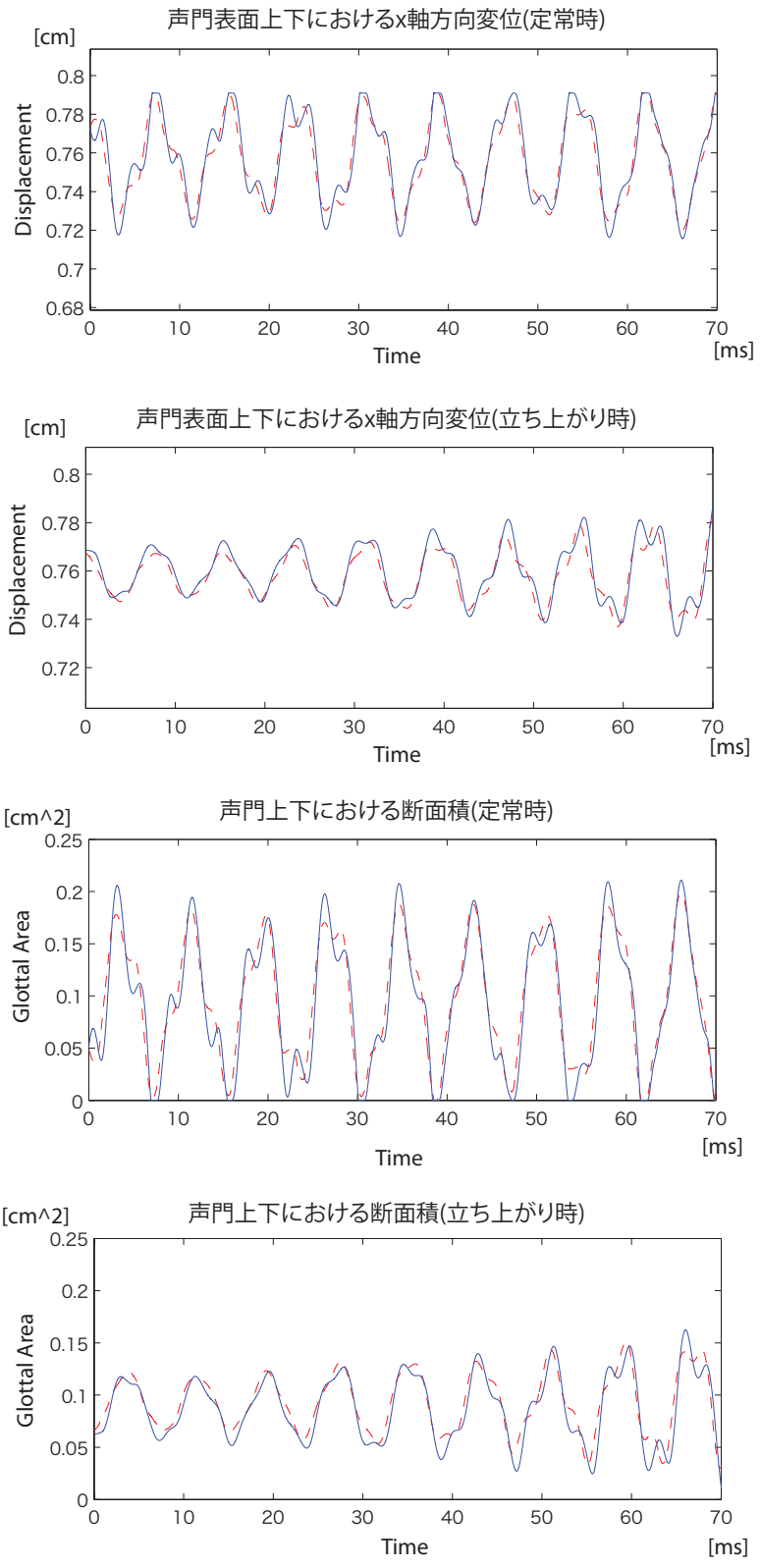

図 3.21　声帯の x 軸方向変位と, 声門上下の開口断面積

図 3.20 と図 3.21 において, 声帯表面の変位と断面積のグラフでは, 青い実線が声帯下部, 赤い点線が声帯上部のものを示している。

Case B のときは, Cover のヤング率が 2.0×10^5[dyn/cm^2] で, かつ Body のヤング率が 20.0×10^5[dyn/cm^2] となっていて, 声帯全体のヤング率が Case A の 200% である場合を示している。Case B の結果では声門間流量のグラフより, 声門波の基本周波数が約 180Hz となっていることが分かる。これは男性の通常発声時の状態より少し音高が高い状態である。また, x 軸方向変位のグラフより, 声帯全体で Cace A のときより小刻みに振動し, 振幅もかなり小さくなっているのが分かる。この結果よりヤング率の変化が音声のピッチに直接的に影響を及ぼすということが分かる。またこのとき声帯上下の運動の位相差は全く無いと言ってもよい状態となった。

Case C の時の結果を示す。得られた声帯振動の様子を時系列順にサムネイルで示す。

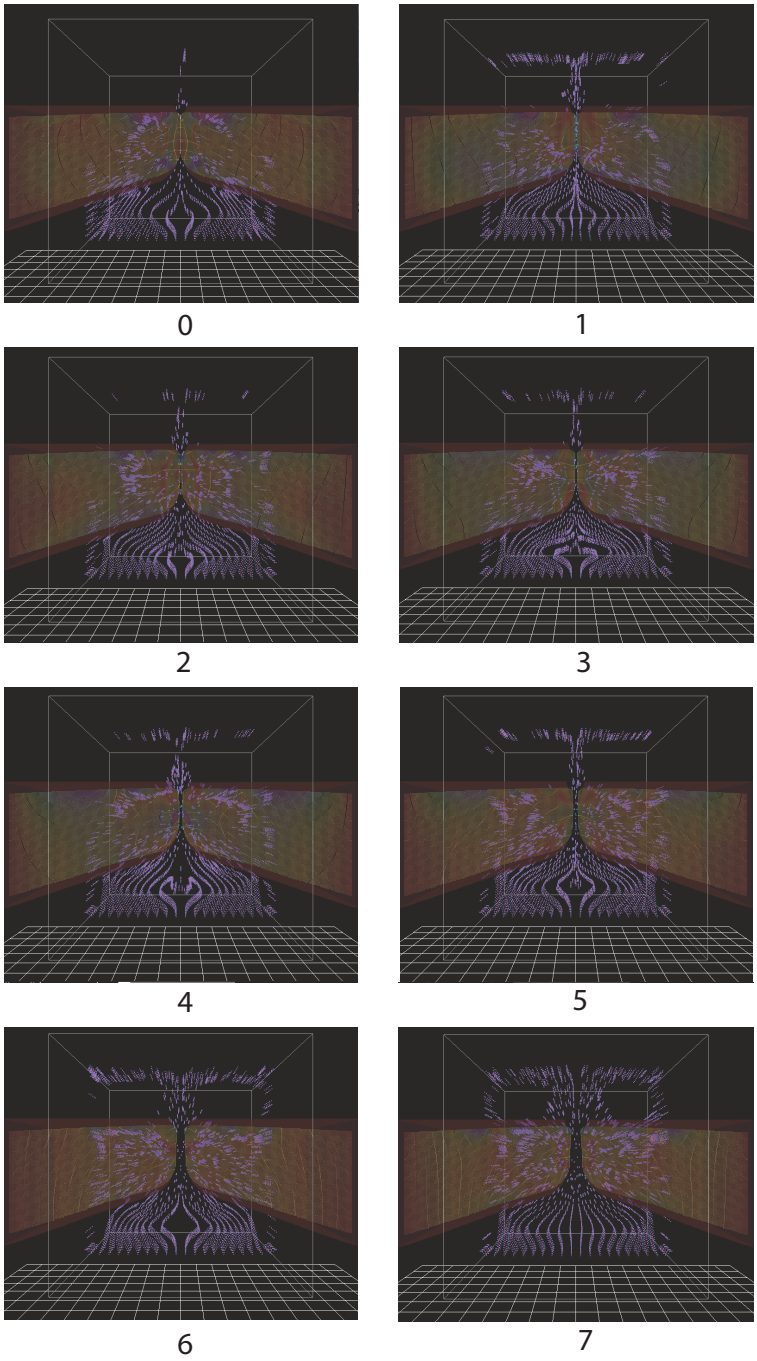

図 3.22　シミュレーション結果 1

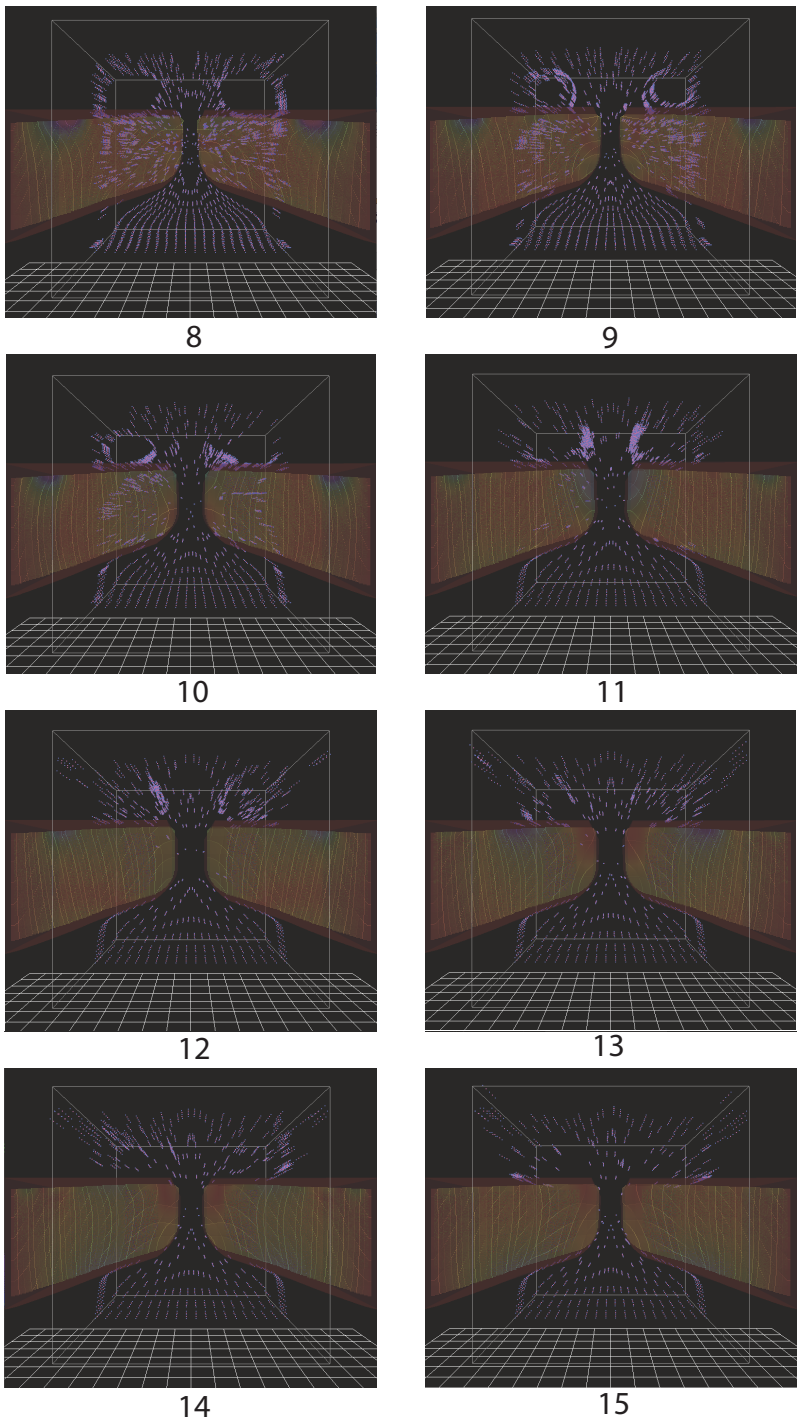

図 3.23　シミュレーション結果 2

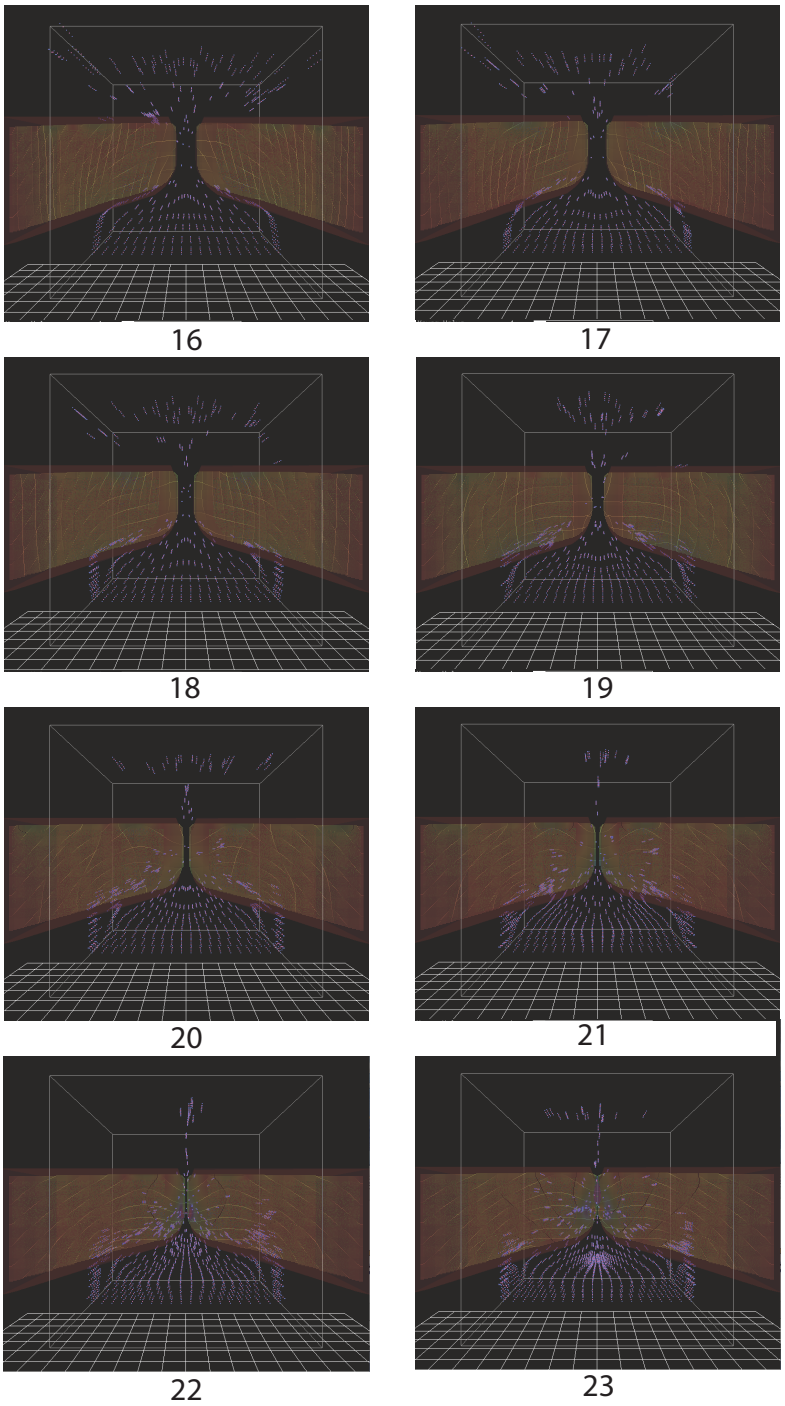

図 3.24　シミュレーション結果 3

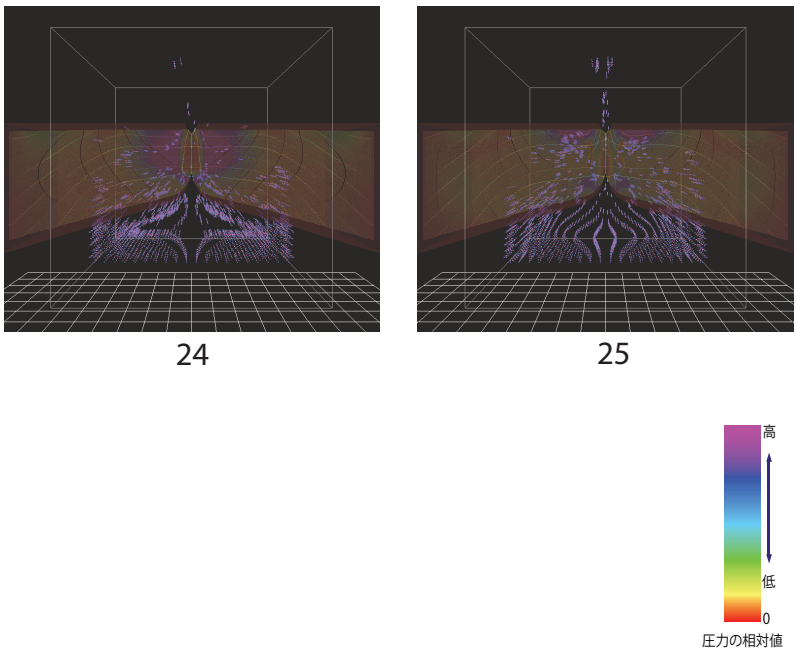

図 3.25　シミュレーション結果 4

次に Case C のときの声門流量波形と声帯上下の表面の変位 (x 軸方向は幅方向, z 軸方向は高さ方向) と断面積の変化を示す。

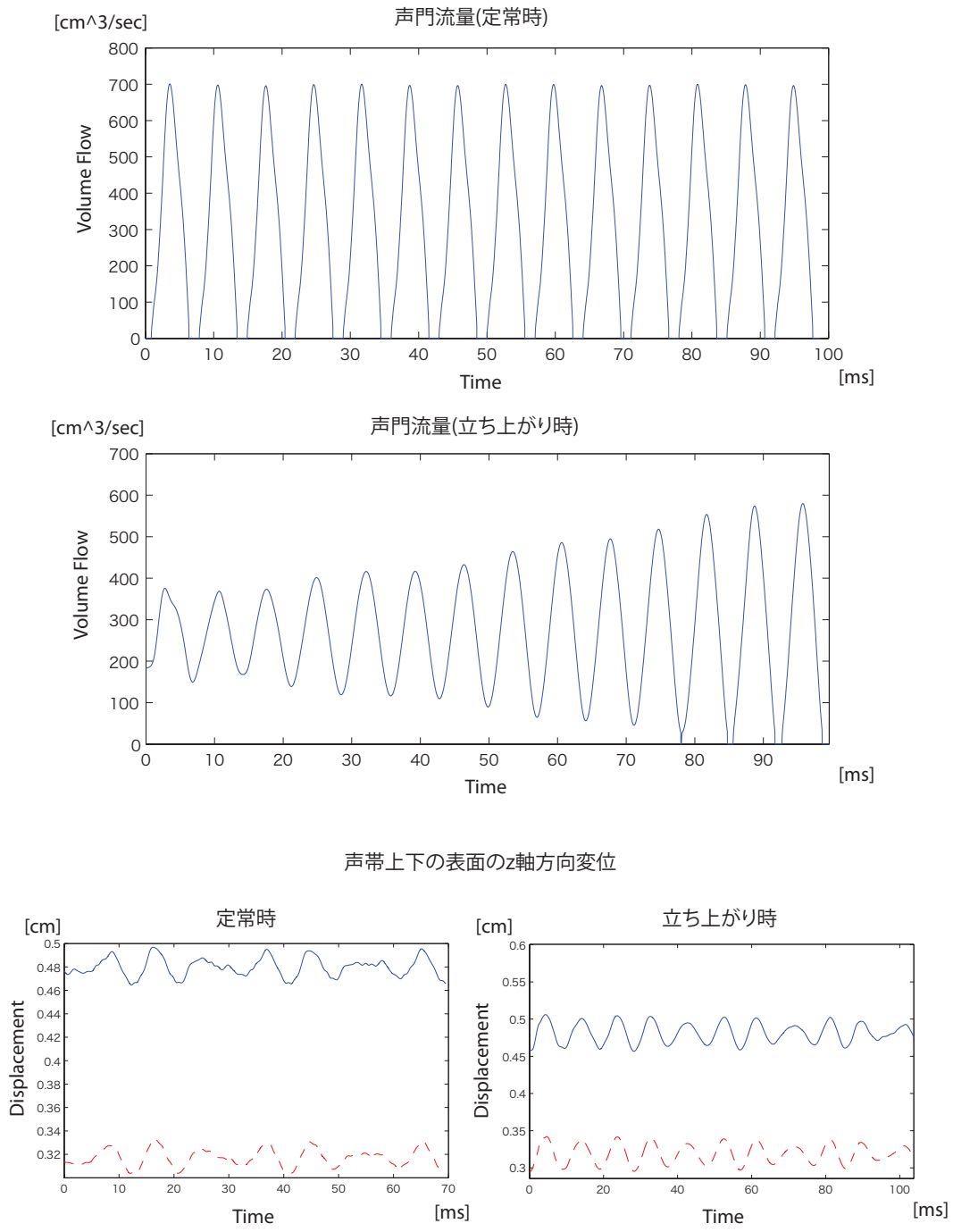

図 3.26　声門流量, 声帯の z 軸方向変位

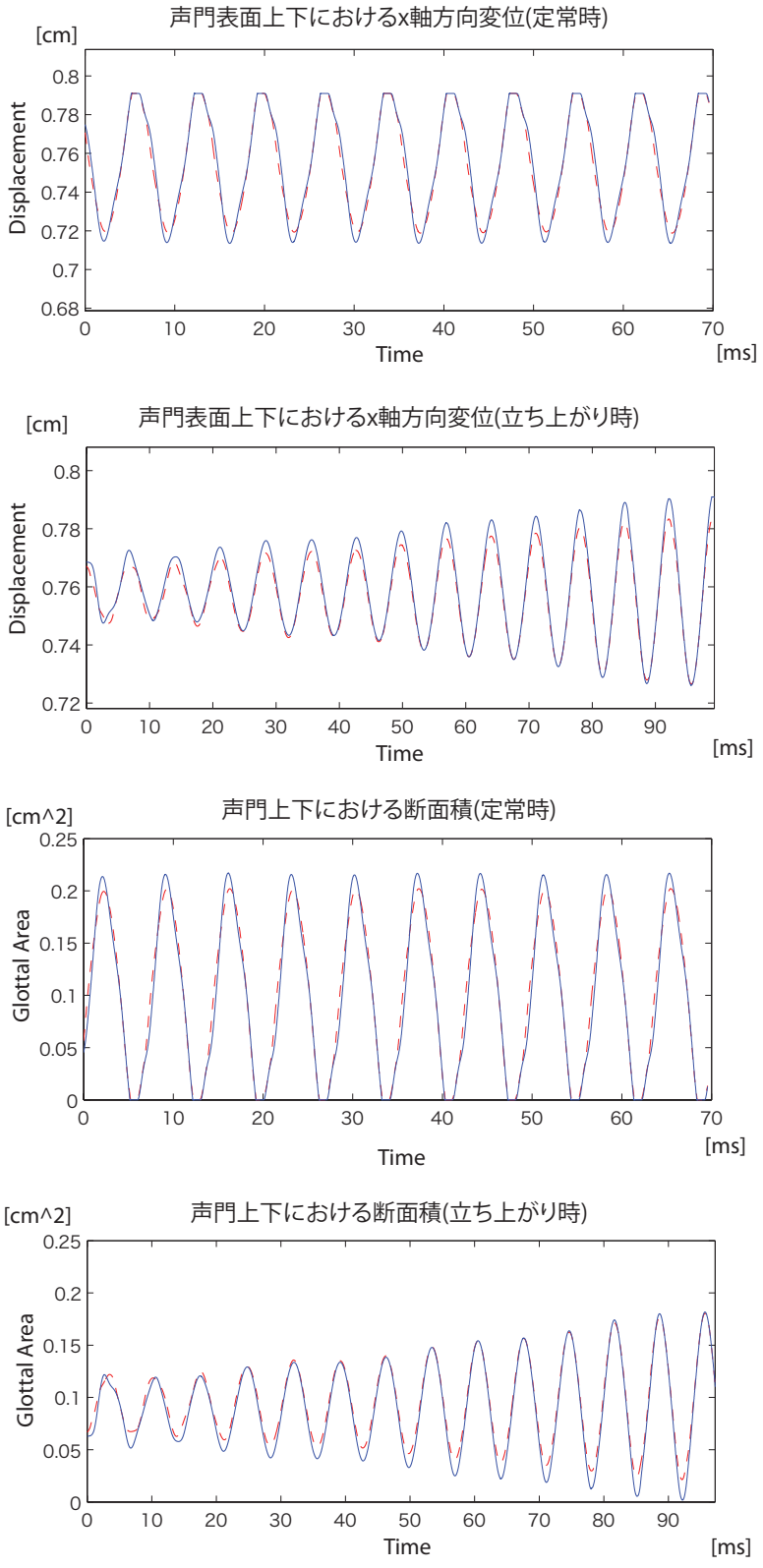

図 3.27　声帯の x 軸方向変位と, 声門上下の開口断面積

図 3.26 と図 3.27 において, 声帯表面の変位と断面積のグラフでは, 青い実線が声帯下部, 赤い点線が声帯上部のものを示している。

Case A と Case B のときは Body のヤング率を Cover の 10 倍に設定しているが, これは声帯がほとんど運動していないとき, つまり, 筋肉がほとんど収縮していないときの値である。声帯が運動し始めるとこの倍率は上がり, 100 倍程にまでなるとされている。よって, Case C では Body のヤング率を Cover の 100 倍に設定し, Cover のヤング率が $1.0 \times 10^5[\mathrm{dyn/cm^2}]$ で, かつ Body のヤング率が $100.0 \times 10^5[\mathrm{dyn/cm^2}]$ とした。Case C の状態が最も通常発声時に近いと言える。

その結果, 声門間流量のグラフより, 声門波の基本周波数は約 140〜150Hz となっており, Case B よりも低い値が得られていることが分かる。また, 声門波の波形形状に関しても傾きを伴った三角波状の波形が定常的に得られており, 過去の研究例とも定性的に一致する。これは一般的な男性の通常発声時の状態にかなり近いと言える。またこのことより, 声門波の基本周波数の変化に及ぼす Body 側のヤング率の影響はかなり小さく, より Cover 側のヤング率に大きく左右されることが分かる。このときも Case A と同じように声帯下部から閉じ始め, 声門上部から開き始めており, divergent や convergent といった声門形状の変化も現れている。また, Case A, Case B に比べ定常状態にまで立ち上がる時間も短くなった。しかしながら, 声帯上下間の位相差はかなり小さく, また, z 軸方向変位もかなり小さい振幅で振動しているという点では過去の研究例とは一致しない結果となった。

Case D の時の結果を示す。得られた声帯振動の様子を時系列順にサムネイルで示す。

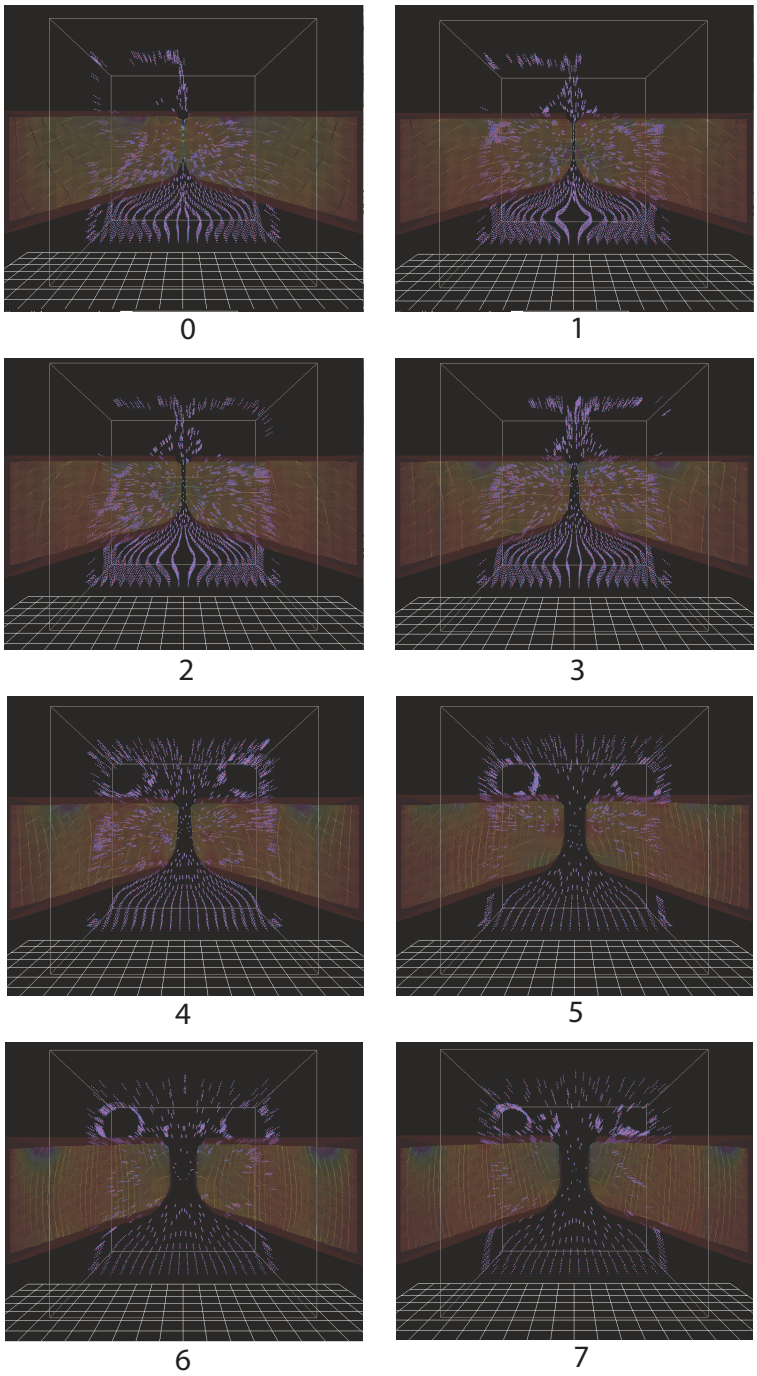

図 3.28　シミュレーション結果 1

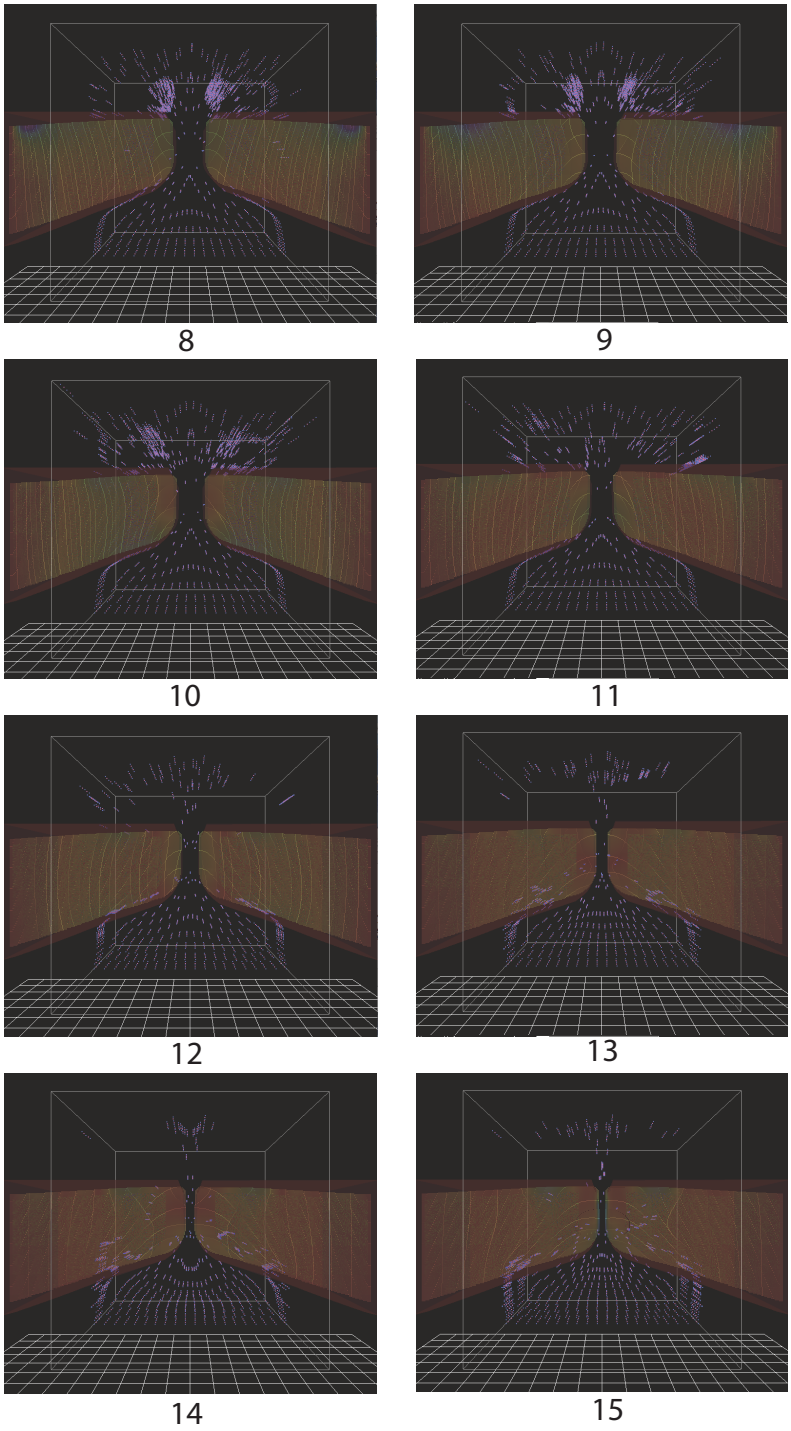

図 3.29　シミュレーション結果 2

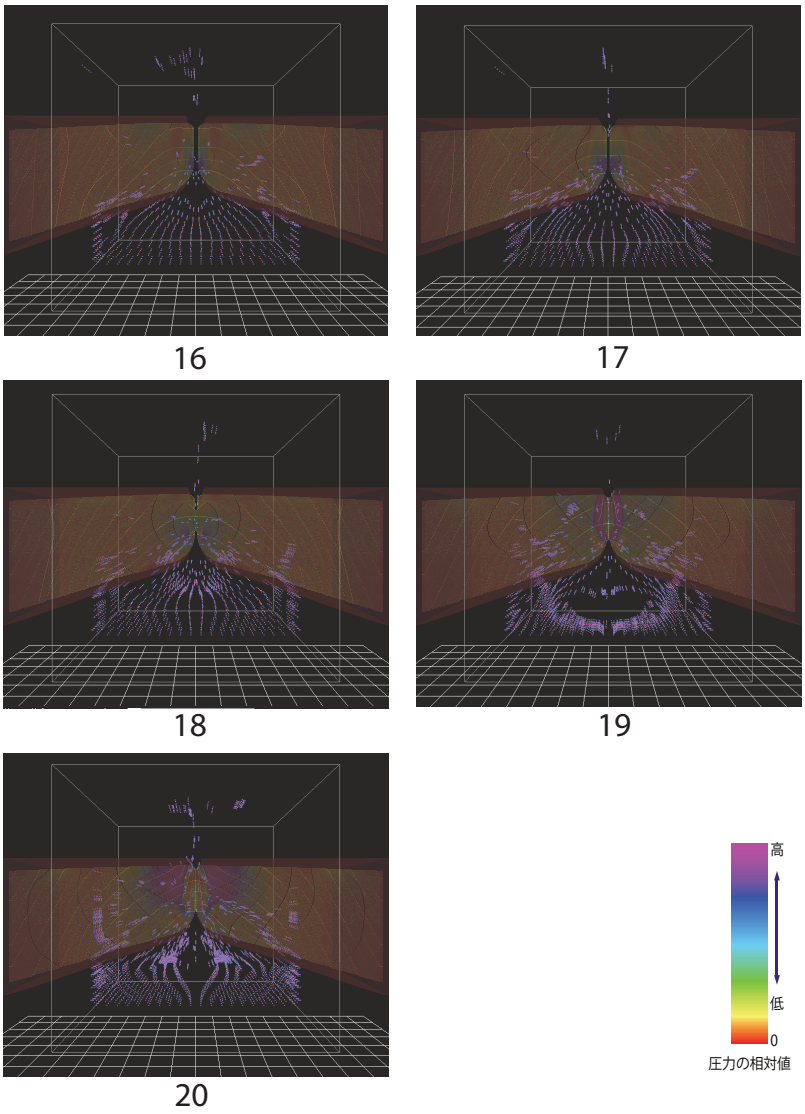

図 3.30　シミュレーション結果 3

次に Case D のときの声門流量波形と声帯上下の表面の変位 (x 軸方向は幅方向, z 軸方向は高さ方向) と断面積の変化を示す。

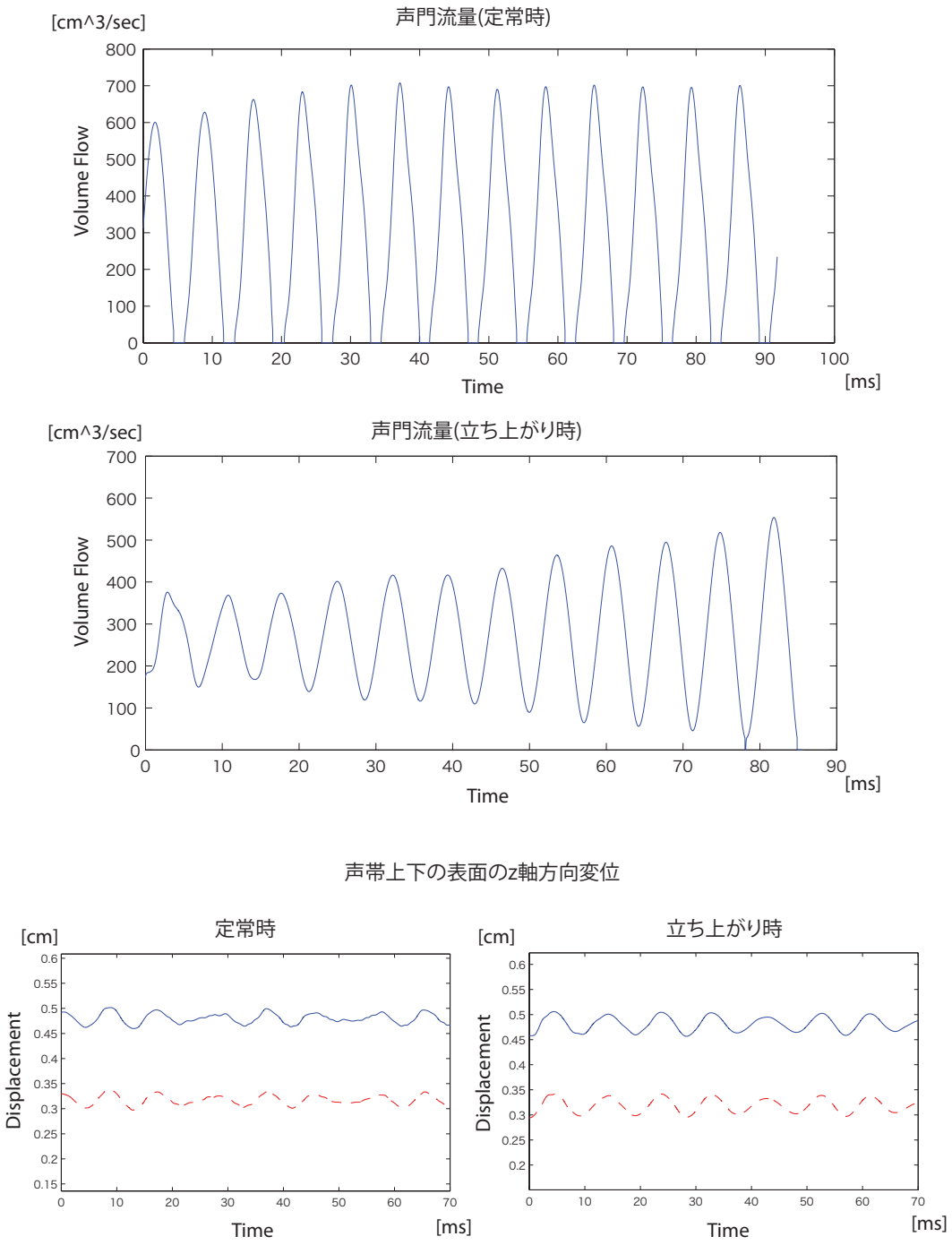

図 3.31　声門流量, 声帯の z 軸方向変位

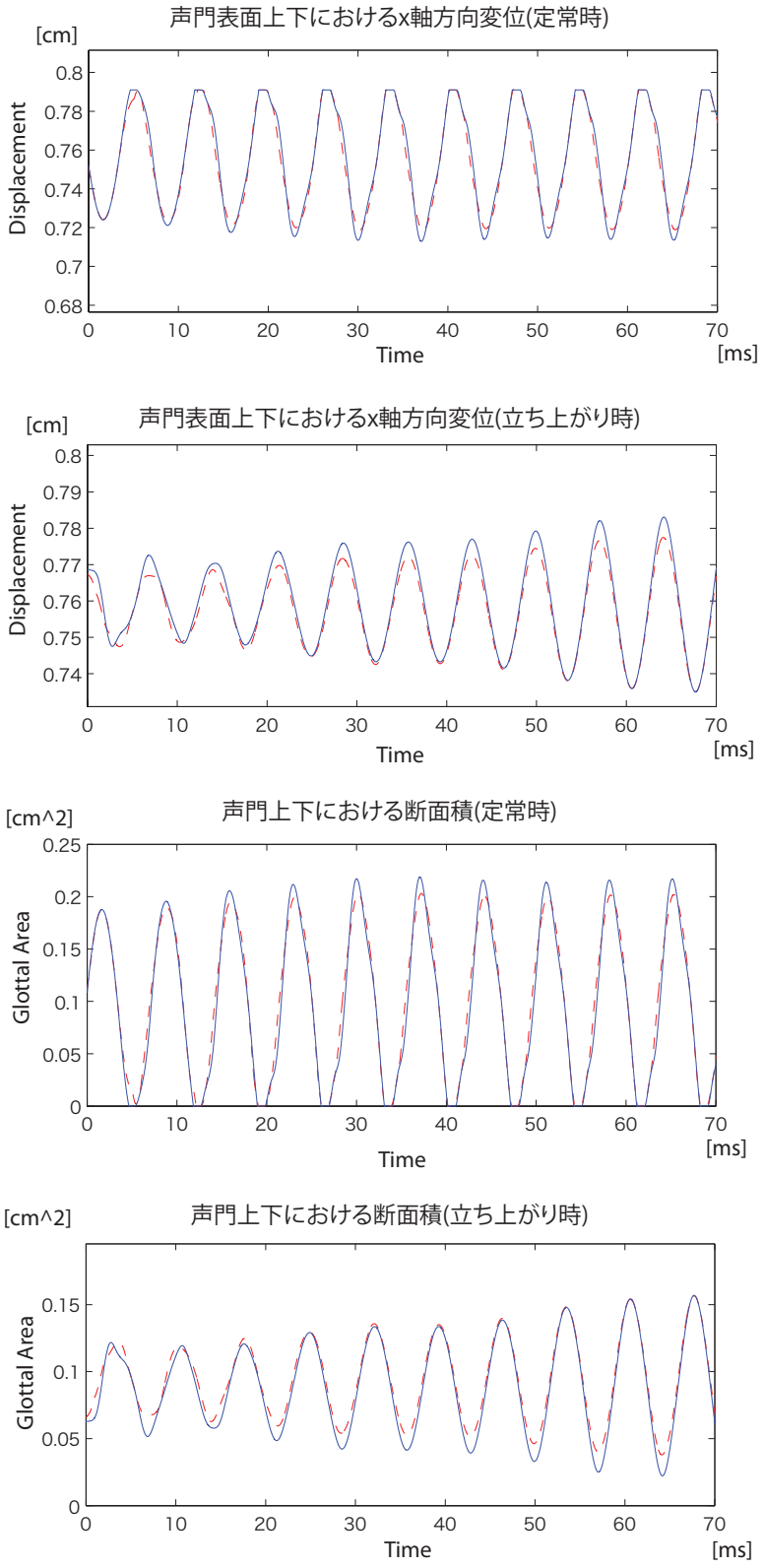

図 3.32　声帯の x 軸方向変位と, 声門上下の開口断面積

図 3.31 と図 3.32 において, 声帯表面の変位と断面積のグラフでは, 青い実線が声帯下部, 赤い点線が声帯上部のものを示している。

Case D の場合は筋肉収縮時の状態である Case C の声帯構造において声帯全体のヤング率が 2 倍になるまで高くした場合を示しており, Cover のヤング率が $2.0 \times 10^5[\mathrm{dyn/cm^2}]$ で, かつ Body のヤング率が Cover の十倍で $200.0 \times 10^5[\mathrm{dyn/cm^2}]$ としている。このとき, 声門間流量のグラフより, 声門波の基本周波数が約 190Hz となり, 最も高い値になっていることが分かる。また, 定常状態になるまでの時間も最も短かったことも分かる。

連成法 1 を用いて 2 次元のシミュレーション行った結果, 声門下の圧力が次第に高まり, 声帯下部を押し広げ始めると, それに続いて声帯上部も開き始め, 声門流路が開いた瞬間には呼気流が一気に声門間を流れてジェットを形成し, ジェットの両端では渦の放出が起こる, という声門波生成の過程を目で見て定性的に把握できるようになった。また, 声門波の波形形状に関しても傾きを伴った三角波状の波形が定常的に得られており, 過去の研究例とも定性的に一致する。

しかしながら, 声帯の左右方向 (x 軸方向) の運動が支配的になり過ぎる状態が得られ, 呼気流によって持ち上げられる上下方向の運動が非常に小さくなるという現象が観測された。また, 声帯上下間の位相差も, 過去の研究で報告されているものよりかなり小さくなっている。これは声帯の内部構造を 2 次元的に表現したことが原因であると考えられる。

3.4.3　3 次元でのシミュレーション

3 次元のシミュレーションでは, 2.4.2 章の連成法を適用する。

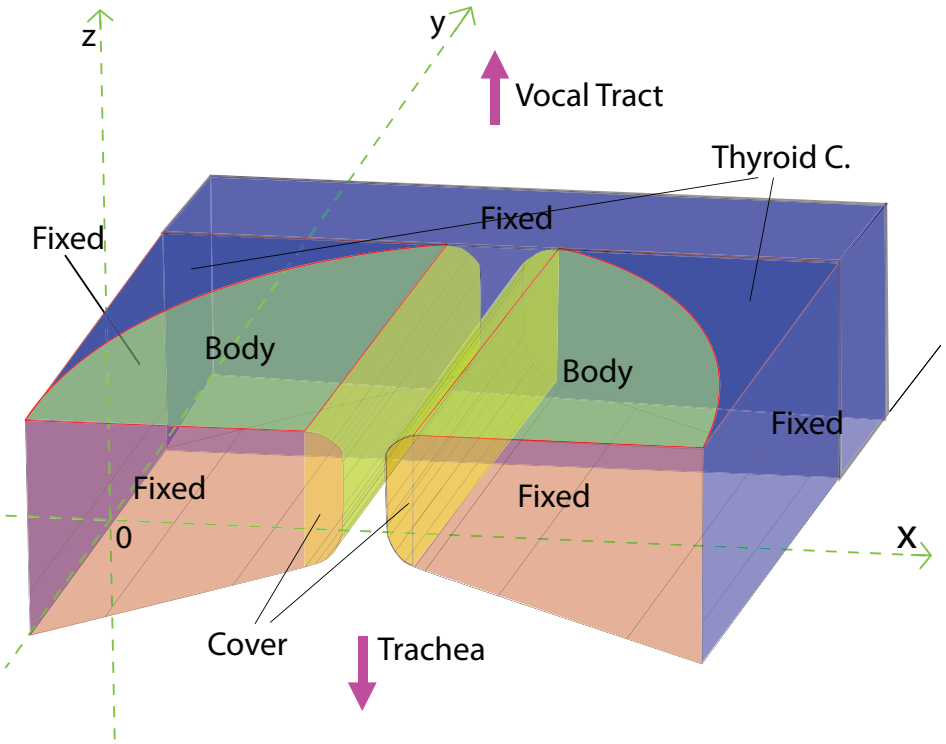

図 3.33　声帯における座標系の定義

まず, 座標系として 2 次元のシミュレーション時と同じく図 3.33 のように声帯の幅, 長さ, 高さ方向に, 互いに直交する x, y, z 軸をとり, 各軸方向の変位をそれぞれ ξ, ψ, ζ とする。
声帯の初期形状に関しては, 図 3.33 のように 2 つの円によって声帯の角に曲率を持たせた図 3.9 の 2 次元のシミュレーション時と同じ形状を y 軸方向, つまり声帯の長さ方向に 3 次元的に押し出した形状で表現する。ここで, 左右の声帯は対称であるとする。また 2 次元のときと同じように靭帯や筋肉といった声帯組織が, その長さ方向に走行していると考え, x-z 平面で等方性が成り立ち, 長さ方向で異方性であるとする。よって式 (2.8) において $E_x = E_z$, $\mu_{xy} = \mu_{xz}$ とおく。

3 次元のシミュレーションでは, 声帯の内部構造としてより現実的なものを与えるため, 2 次元のシミュレーション時よりさらに多層的に設定する。本研究で採用した声帯構造は, 図 3.33 のように声帯形状内部を甲状軟骨と甲状披裂筋を表現する層, Body 層, Cover 層の 3 層構造に分割

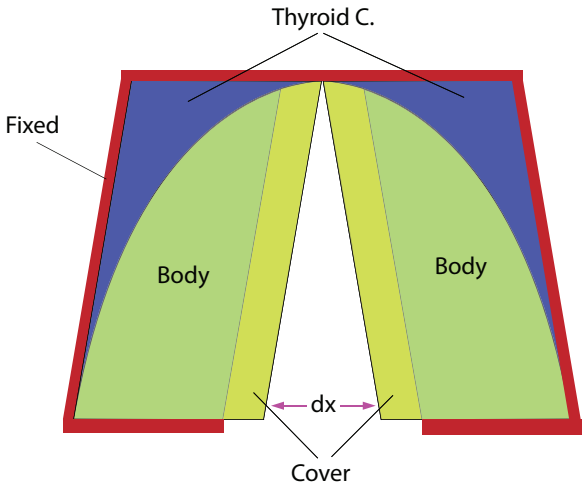

図 3.34　声帯構造

したものである。この構造においては, 側面, 前面は申状軟骨, 背面は披裂軟骨に対応するため固定端とする。ただし, 背面の固定端は Body 層にのみ適用し, Cover 層は自由端とする。さらに, 声門の初期開口幅は, 前面で 0 で, 背面にかけて dx まで広がるように設定する。この構造を声道側から見たものを図 3.34 に示す。この層分割する割合としては, 声帯外側の 1/9 の部分を Cover 層, 申状軟骨と申状披裂筋を表す層は声帯前面から背面にかけて短辺が声帯幅, 長辺が声帯長さの 1/4 楕円領域の外側とし, 残りの部分を Body 層とした。

この声帯形状を粒子を一様に並べて表現し, それを囲む立方体領域を $128 \times 128 \times 128$ の一様格子で分割して FDLB 法を適用する。流体の境界条件に関しては 2 次元のときと同じように肺側で一定の圧力を与え, 声道側を流出境界とする。シミュレーション初期化時の声帯の様子を背面側斜め上にカメラを設定してレンダリングした画像を図 3.35 に示す。図 3.35 では, 声帯の奥側が肺側, 手前が声道側となっている。ここで, 声帯を表す粒子は固定端が青, 申状軟骨と申状披裂筋を表す層がピンク, Body 層が赤, Cover 層が黄で色付けされている。また声帯を囲んでいる立方体領域がシミュレーション領域全体を表している。

声帯, 呼気流に関する各物性値は以下のように初期値を定めた。3 次元のシミュレーションでは, 通常発声時の状態とされ, 2 次元のシミュレーション時に最も良好な結果が得られた Titze らの Case C の物性値 [3] を適用する。このとき, 声帯のヤング率は Body のヤング率が 1.0×10^5 [dyn/cm^2], Cover のヤング率が 100.0×10^5[dyn/cm^2], 申状軟骨と申状披裂筋を表す層のヤング率は 1000.0×10^5 [dyn/cm^2] となるように設定した。また, 数値計算のタイムステップは 10^{-4}

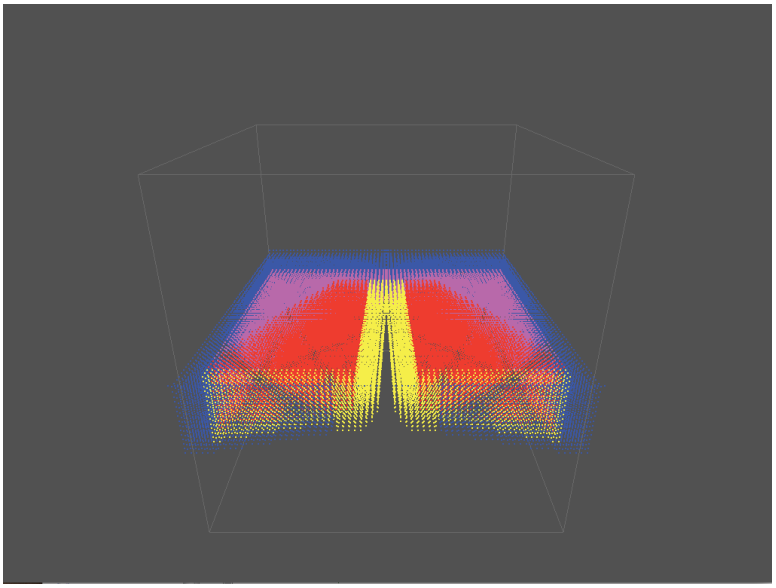

図 3.35　シミュレーション初期時の声門形状

[sec] , 声帯を構成する総粒子数は両側を合わせて約 800000 個である。

声帯パラメータ ::

幅	0.77	cm
高さ	0.475	cm
長さ	1.4	cm
D	0.791	cm
G	0.021	cm
T1	0.3	cm
T2	0.15	cm
R1	0.125	cm
R2	0.025	cm
密度	1.043	g/cm^3
ポアソン比	0.97	
初期声帯開口幅 dx	0.06	cm
粘性率	5.0	$g/cm \cdot sec$
初期声帯間距離	0.021	cm
初期粒子間距離	0.01	cm
影響半径	0.032	cm

空気パラメータ ::

空気密度	1.184×10^{-3}	g/cm^3
空気粘性率	1.82×10^{-4}	$g/cm \cdot sec$
肺圧	8000	dyn/cm^2

3.4.4 結果

声帯に物性値として表を与えたときの運動の様子を時系列順に画像で示す。中央の点群が声帯を表現する粒子群を示しており, また声門中央と背面側の呼気流の速度場を x-z 断面で示している。呼気流の速度場は圧力の絶対値によって色付けされている。それぞれの結果には上段には粒子で表示された声帯と圧力で色付けされた呼気流の声門中央付近での速度場の x-z 断面, 下段には背面付近での速度場の x-z 断面を示している。また, 左段は背面側にから見たときの声帯の様子, 右段は背面側斜め上から見たときの声帯の様子である。

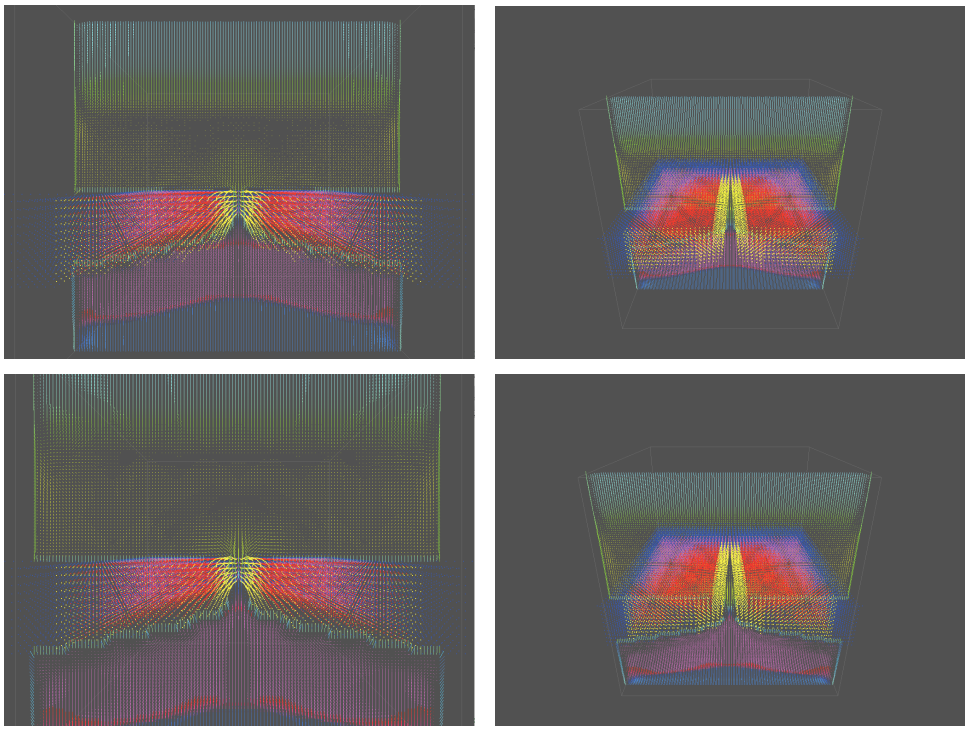

図 3.36　シミュレーション結果 1

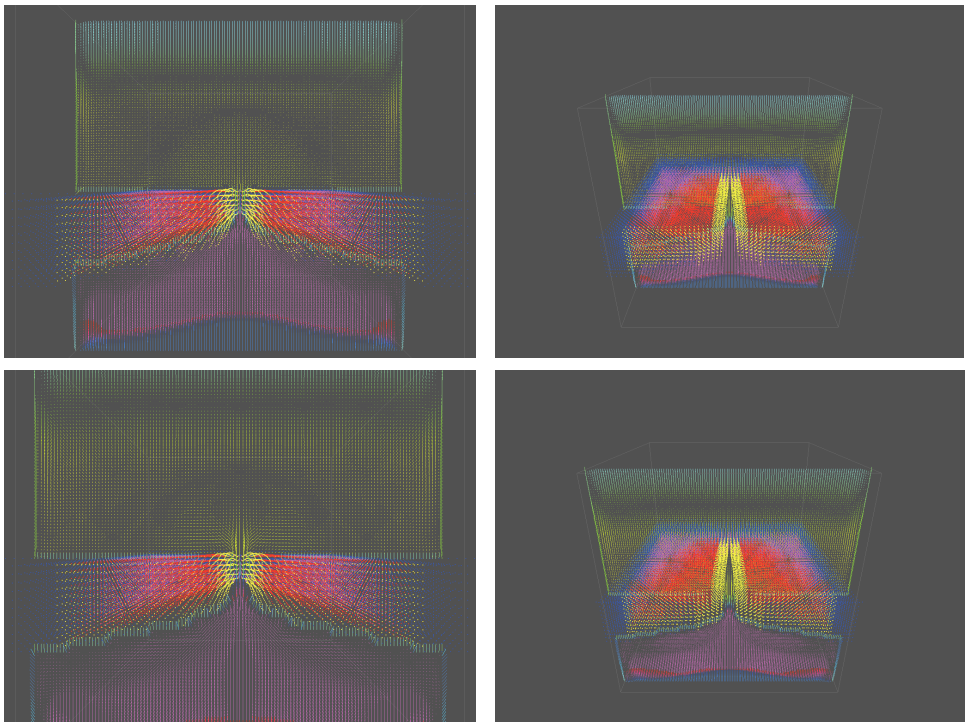

図 3.37　シミュレーション結果 2

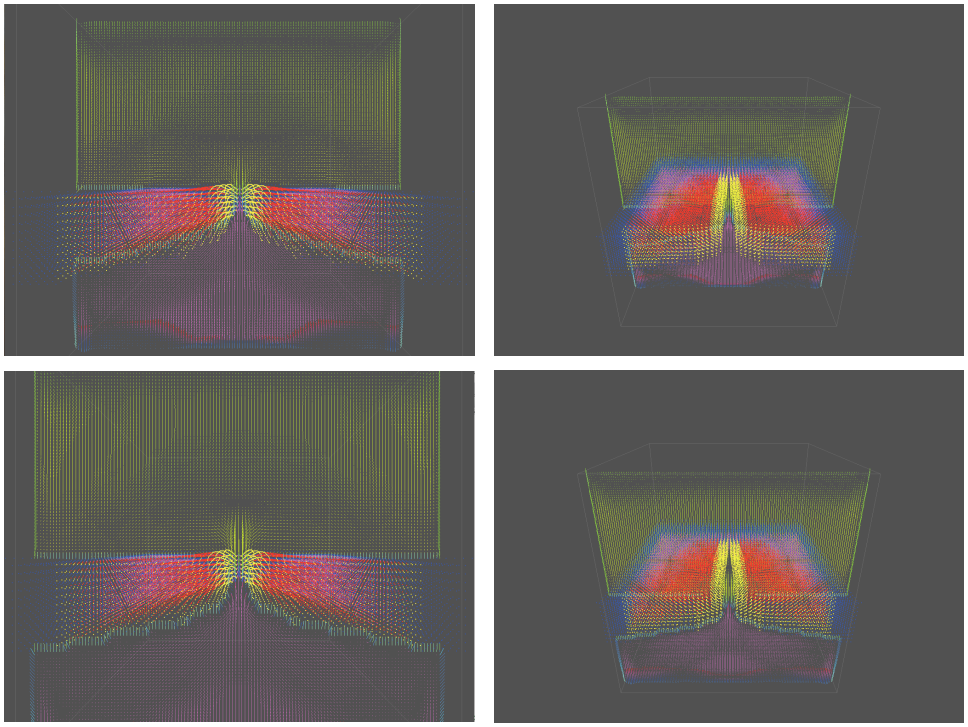

図 3.38　シミュレーション結果 3

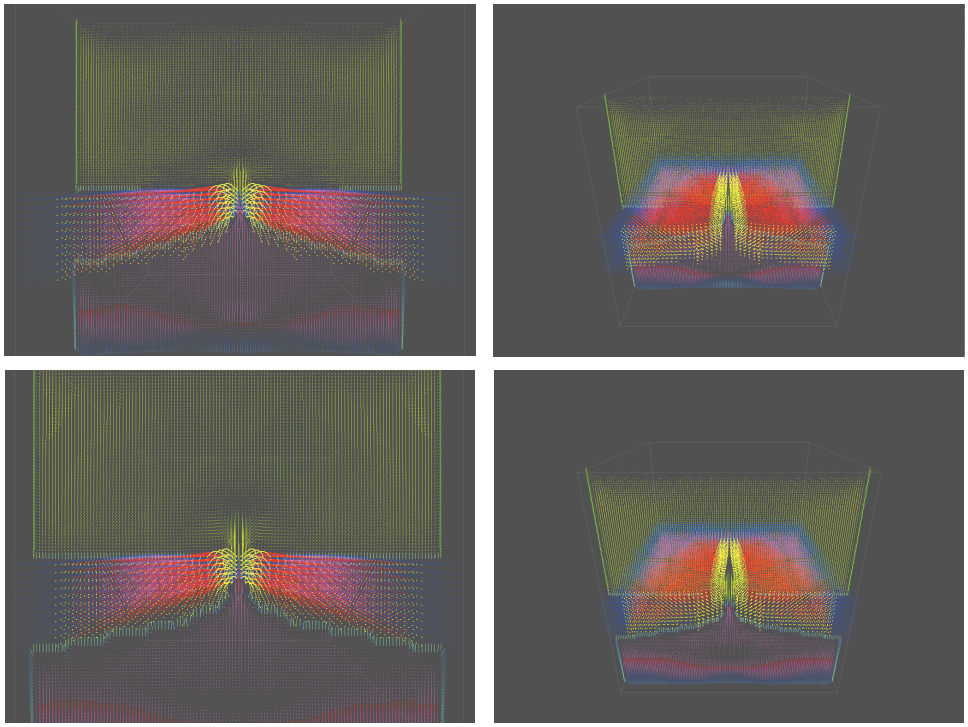

図 3.39　シミュレーション結果 4

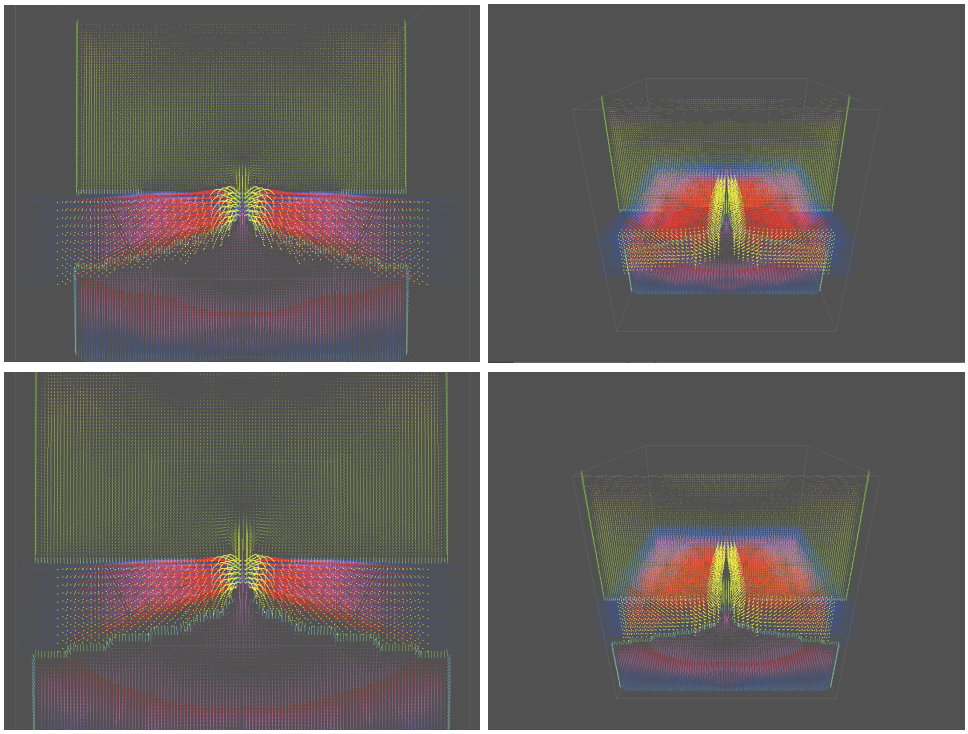

図 3.40　シミュレーション結果 5

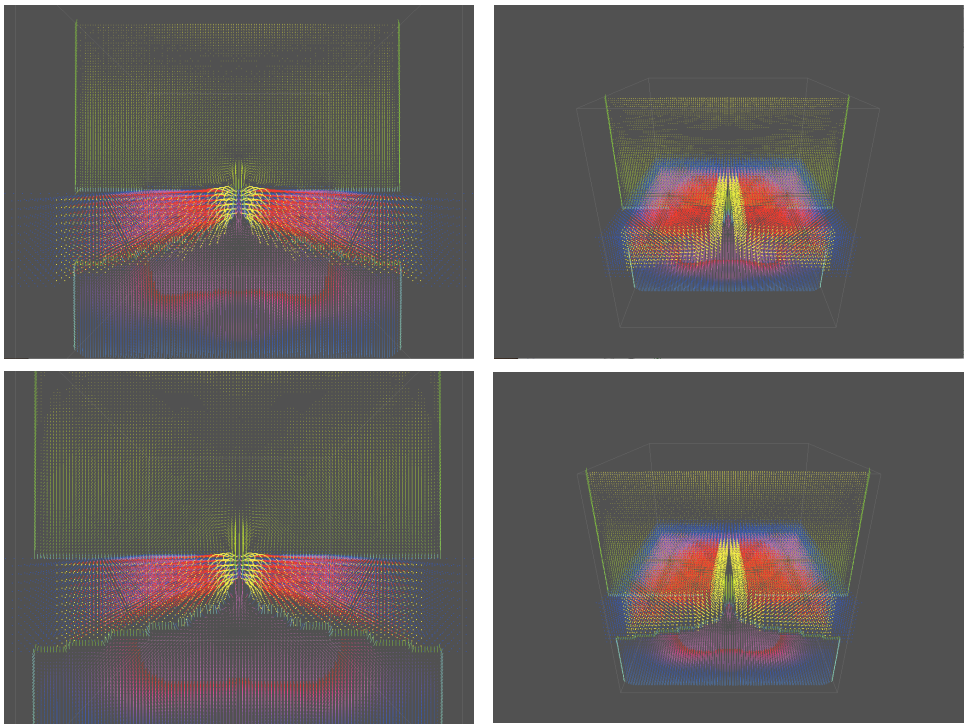

図 3.41　シミュレーション結果 6

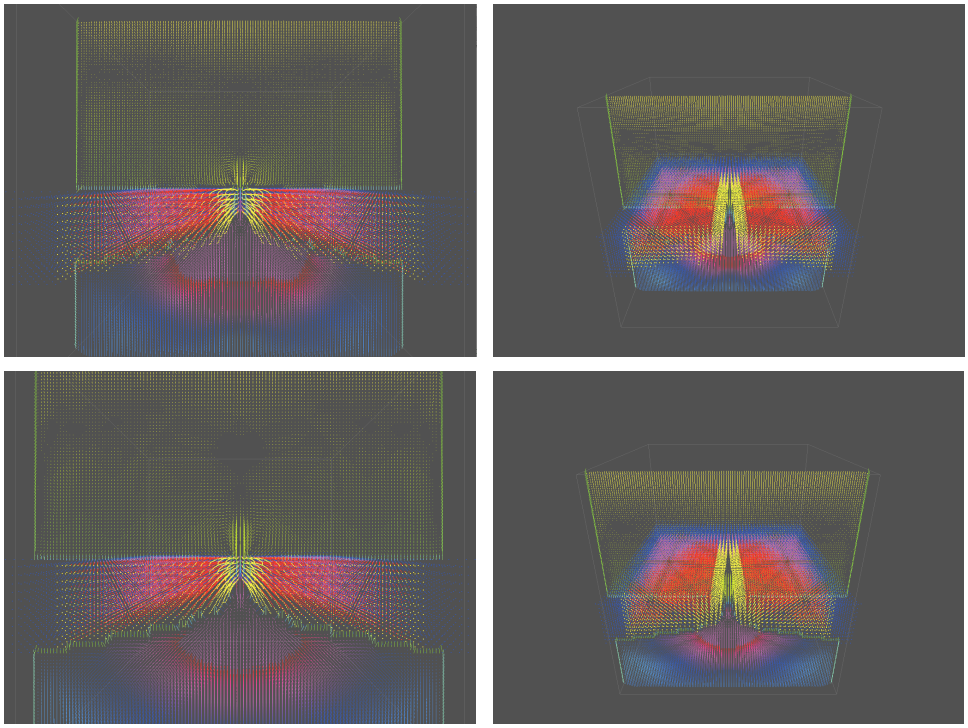

図 3.42　シミュレーション結果 7

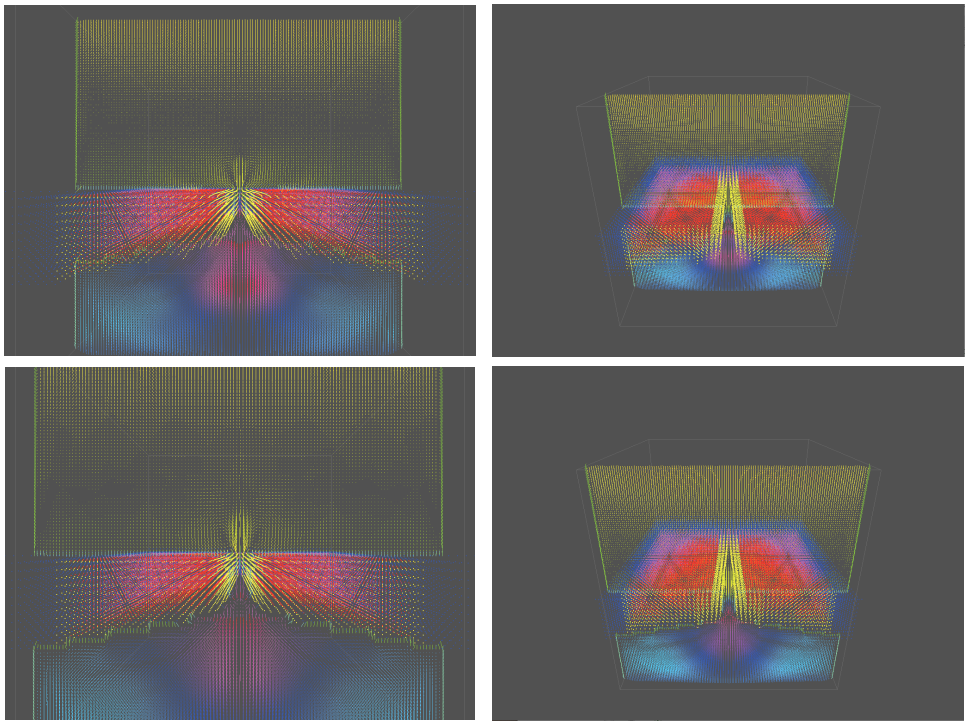

図 3.43　シミュレーション結果 8

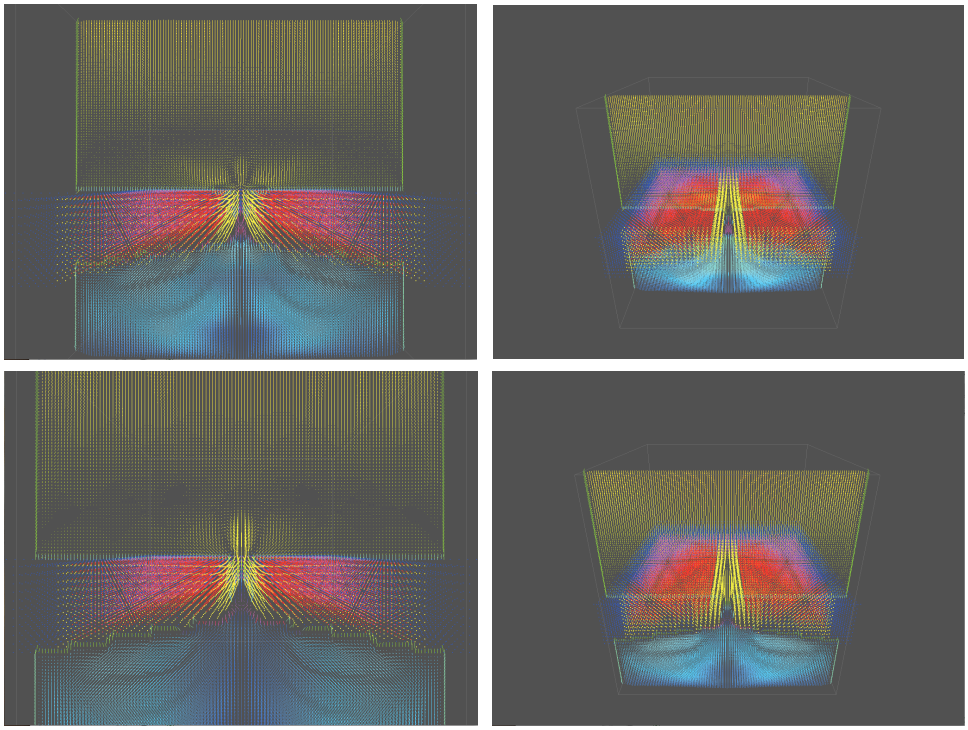

図 3.44　シミュレーション結果 9

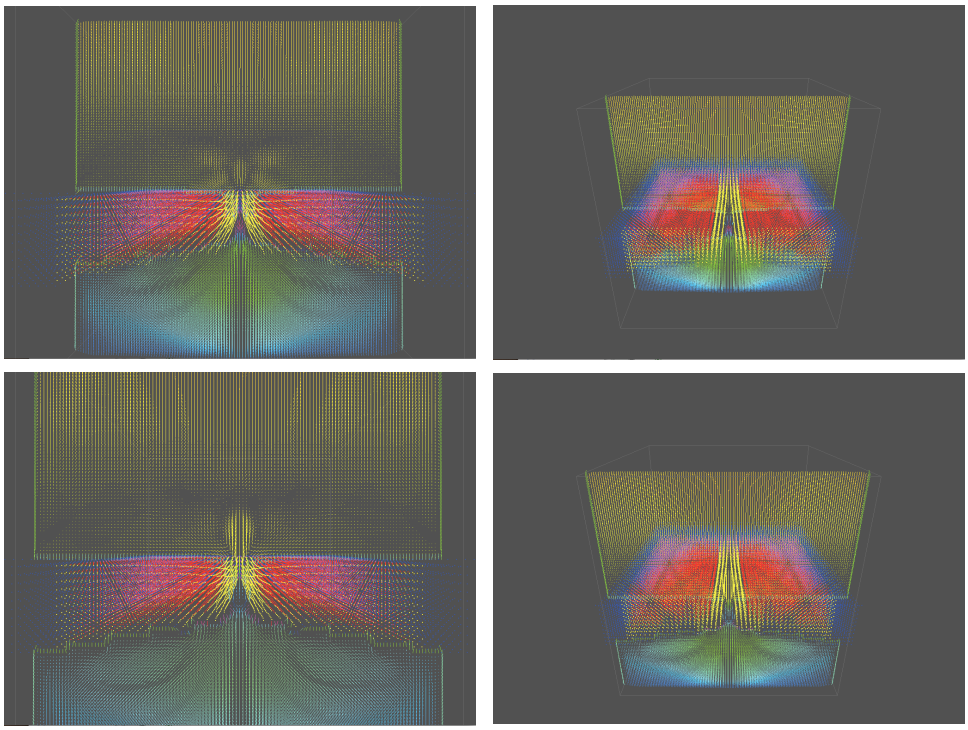

図 3.45　シミュレーション結果 １０

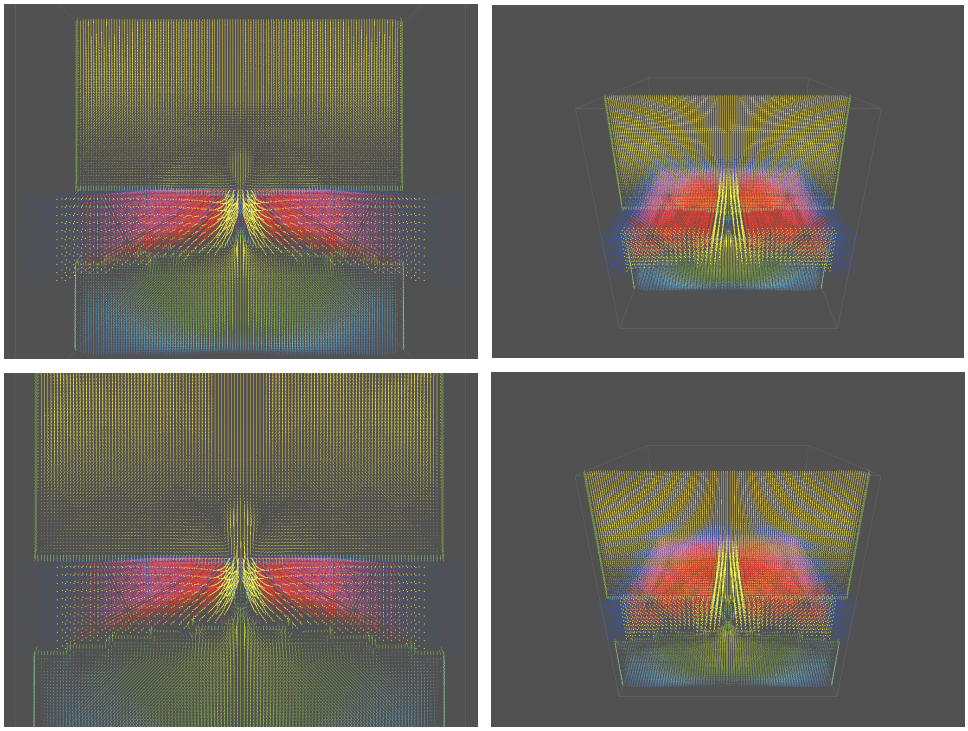

図 3.46　シミュレーション結果 1 1

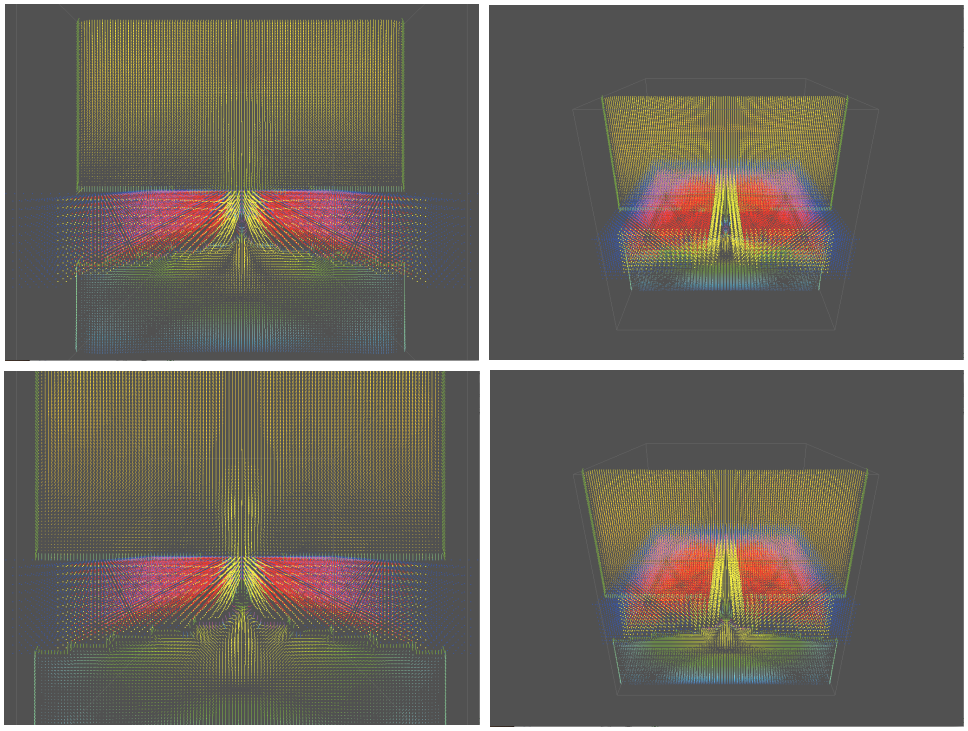

図 3.47　シミュレーション結果 1 2

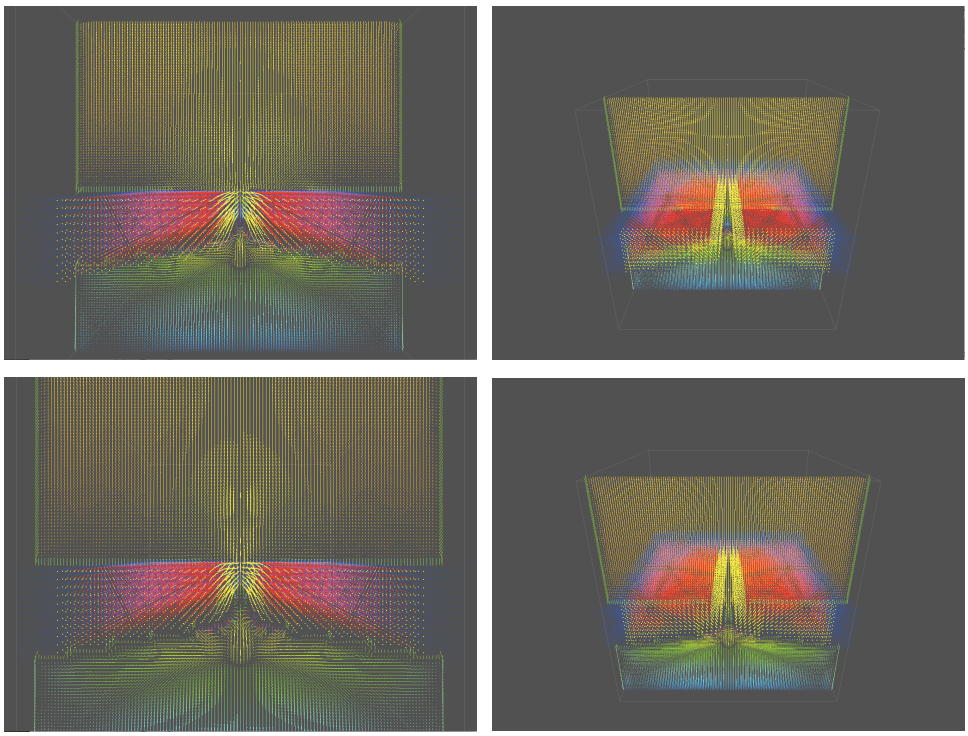

図 3.48　シミュレーション結果 1 3

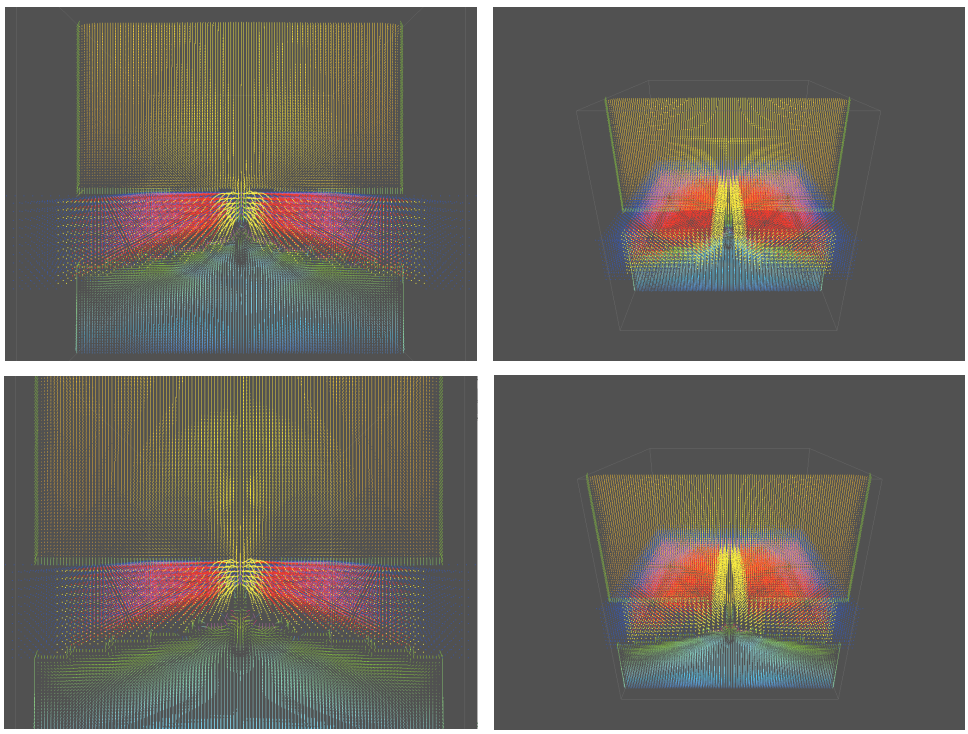

図 3.49　シミュレーション結果 1 4

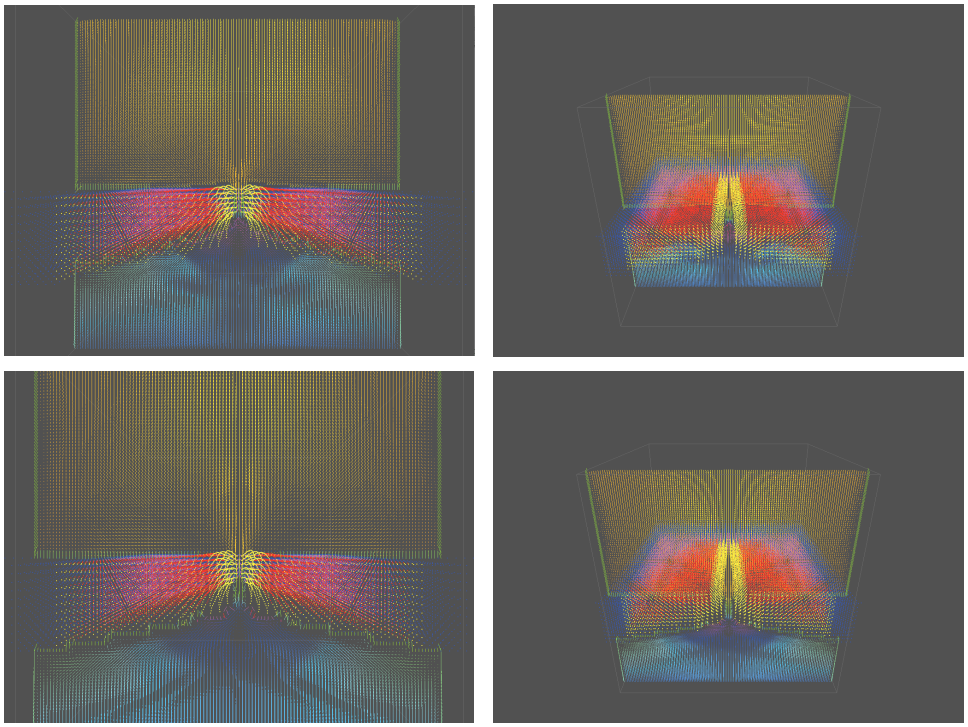

図 3.50　シミュレーション結果 15

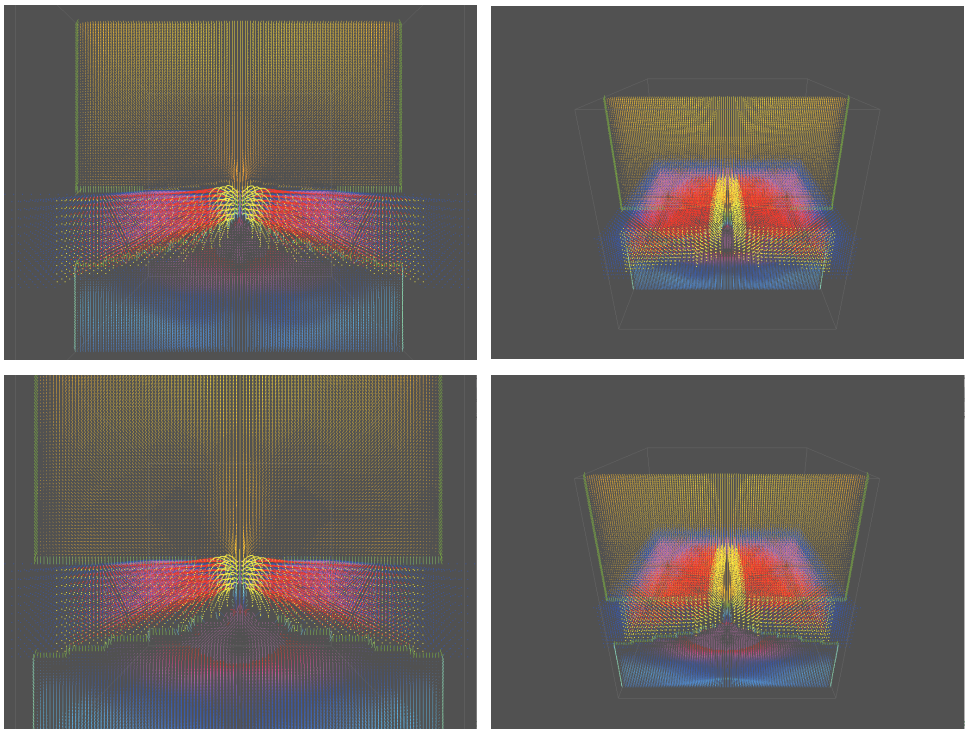

図 3.51　シミュレーション結果 16

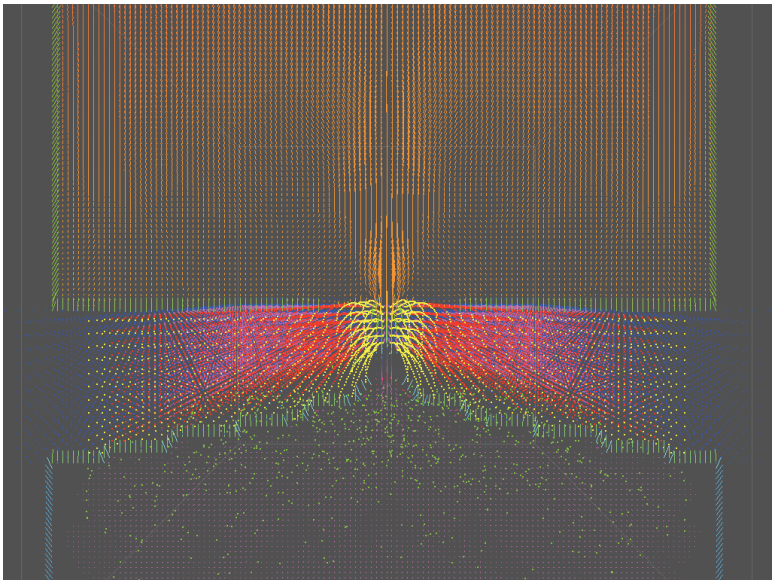

図 3.52　生成された声門波

この３次元のシミュレーションでは, 声帯のヤング率を男性の通常発声時に近い値で設定している。このとき, ２次元でのシミュレーション時よりもはっきりと声帯はその上下間の位相差をもって運動し, 声帯は下部から閉じ始め, 声門上部から開き始める様子が分かる。また, 声門が開いた瞬間に呼気流はジェットを形成し, その周りでは渦の放出が確認できる。声帯が閉じられていると, 声門下圧が次第に高まり, 声帯を下から押し上げ始めると同時に声帯下部も押し広げる方向に働く。このとき, 声帯の非圧縮性の強さによって剪断運動が起こり, 声帯上部には声帯を閉じる方向に力が働く。これによって声帯下部が押し広げられているにも関わらず声門は開口せず, 上方に運動する。この運動によって変形が声帯組織の限界近くになると, 今度は声帯上部が開き始め, 声帯下部は閉じる方向に運動している。その結果, convergence や divergence といった声帯の特徴的な形態が形成されている。声帯が完全に開き, 声門流が流れて声門下圧が十分に低下すると, 今度は声帯はその弾性によって急激に下方へ開いたまま運動する。このとき, 声帯上部は形成された呼気流によるジェットの圧力が周囲に残存しているため, 声帯下部よりも遅れて声帯を閉鎖する方向に運動している。十分に声帯が下降すると, 声帯下部から声門を閉じ始め, それに続いて上部も閉鎖する。また, 左右の声帯が接近し, 呼気流の流路が狭まると, 声門間の圧力が大気圧より低くなり, 左右の声帯を閉じさせる様子も見て取れる。結果的に声帯全体としては声門の中心よりやや背面側を中心にほぼ楕円形の軌跡を描いて運動し, ばねのような単純に伸び縮みする振動ではなく, 剪断運動が支配的であることも見てとれる。

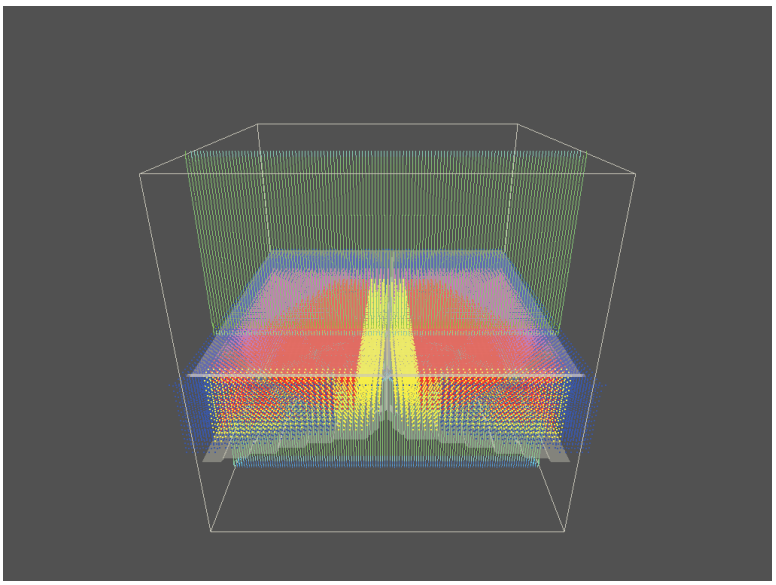

図 3.53　Marching Cube による表面の可視化

以上の運動を声帯が繰り返すことによって周期的に声門流が流れ, 声門波が生成されている (図 3.52)。また, 声帯の運動が開くときには緩やかであり, 閉じるときにはその弾性力によって急激に運動するため, 図 3.52 のように先端が球状であり, 尾を引いた形状の声門波が生成されているのが分かる。

また, 2 次元でのシミュレーション時と比較して, Cover 層の振動がより支配的になっており, 声帯表面を伝わる表面波が見てとれる。しかしながら, 声帯組織のように非圧縮性の高い弾性体を表現するためには本論で採用した MPS 法のモデルでは不十分であり, 圧縮運動もまた 2 次元のときよりも顕著に現れているのが分かる。特に, 解析の精度を高めるためには粒子数は多い方が望ましいにも関わらず, 声帯を表現するための粒子数を多くし過ぎると, 圧力が十分な速度で構造体全体に伝わらないため圧縮運動をしてしまうという問題が発生した。これを解決するためには圧力のポアソン方程式を解くことによって超弾性体のモデルを構築していく必要がある。さらに, 効果的に構造体の表面を離散化するためには, 対称となる 3 次元形状内に一様に粒子を配置するよりもまず表面に沿って並べ, その後に内部に粒子を配置していく方が望ましいと考えられる。ここで, 粒子を形状内部に一様に並べた場合の表面を抽出したものを図 3.53 に示す。

3 次元での声門波生成過程のシミュレーションを行った結果, 2次元でのシミュレーション時にはほとんど現れてこなかった声帯上下間の位相差がはっきりと観測されるようになった。また, 声帯の縦方向 (z 軸方向) の振動振幅も大きくなり, 定性的に現実の物理現象と良い対応をしている。このことは, 申状披裂筋に囲まれた領域内で Body, Cover と 2 層になっている声帯の3次元的な多層構造が自励振動を助け, 振幅を増幅する働きをしていると考えられる。実験結果から声帯はその自励振動時, 弾性力が高く, 申状披裂筋で固定されている前面に最も近い筋肉層が, 高い基本周波数で振動し, それによって位相が遅れてより低い基本周波数で振動する Body, Cover 層の振動が順に増幅されていることがみてとれる。これにより, 声帯が呼気流によって駆動されるとき, 最初に前面側が持ち上げられ, それに続いて背面側が振動していることが分かる。これによって声帯は 2 次元のシミュレーション時よりも大きく楕円形の軌跡を描いて運動している。このことから, 2 次元のシミュレーション時に声帯の左右運動が優勢となり, 上下運動がほとんど観測されなかったことと, 実際よりも小さな声帯上下間の位相差は, 声帯の 3 次元的な多層構造を考慮していなかったことが原因と考えられる。また, 従来の 2 質量モデルに代表される解析的な低自由度の呼気流ー声帯振動モデルでは声門を 2 次元で考えており, 声帯の上部と下部の間での位相差のみに言及していたが, 今回の 3 次元でのシミュレーションによって声門の前面側と背面側にかけても位相差が存在していることが予想できる。以上より 3 次元のシミュレーションの有用性が示された。

第 4 章

総括

4.1 まとめ

本研究では, 構造体を Lagrangian である Moving Particles Semi-Implicit 法の直交異方性モデルで, 流体を Eulerian である Finite Difference Lattice Boltzmann 法の圧縮性熱流体モデルを用いてそれぞれ連続体として物理的にモデル化して, それらの間で相互に移流する運動量の総和を保存させることで柔軟かつ計算効率のよい流体-構造体連成解析手法を提案し, さらに GPU 上に効果的に実装した。また, 提案手法を用いて声帯振動による声門波生成の様子のシミュレーションを 2 次元と 3 次元でそれぞれ行った。

この結果, 提案手法では, 複雑な状況に柔軟に対応でき, 計算コストを低く抑えたままで精度の高い 3 次元の流体ー構造体連成解析を行うことができた。さらに, GPU を利用して提案手法の計算を効果的に並列実行できるように実装, アルゴリズムの改良を行った結果, 極僅かなコストで著しい高速化が実現され, パラメータを操作しながらのシミュレーションが可能になった。

また, 提案手法を声門波生成過程のシミュレーションに適用した結果, 高レイノルズ数の流れである呼気流と大変形する声帯が相互作用することによって声門波が生成されていくという, 実際に実験, 観測することが困難である現象の様子を詳細に予想することが可能となった。これにより, 剪断運動をする声帯の様子やそれによって生じる楕円形の軌道, 声帯表面に生じる表面波など, 実際の声帯振動の形態によく対応していると考えられる結果が得られた。 また, 声帯の 3 次元的な構造が, 従来の定説であった声帯上下間での運動の位相差を引き起こしており, 自励振動を助ける働きをしている, という知見も得られた。

本研究で提案した 3 次元での流体-構造体連成解析手法を用いることで, いくつもの特殊な仮定

をおいて数学的に解析解を求めることができないような複雑な状況においてもシミュレーションを行うことが可能となる。これにより, 左右の声帯が対称でない場合や仮声帯があることによる影響など, 今までの低自由度モデルでは詳細な解析が不可能であった状況への適用が期待できる。

今後に関しては, さらなる声帯の現実的な構造の再現や, 声道のシミュレータとの連結を行っていくことが考えられる。また, 声門波に代表されるように流体の流れによって生じる音は, 流れに伴って生じる非常に小さな渦によっても特徴付けられる。こうした小さな渦は, 直接的に流体計算を行って解析するには計算コストが高すぎるため, 大きな流体格子での数値計算で得られた結果から解析的に格子間の物理量を求める Large Eddy Simulation のような方法を取り入れていくことも検討していく必要がある。さらに, 生体組織のように非圧縮性の高い弾性体を表現するためには本論で採用した MPS 法のモデルでは不十分であり, 圧力のポアソン方程式を解くことによって超弾性体のモデルを構築していく必要がある。また, 提案手法のさらなる精度の検証も必須であり, そのためには流体と構造体の連成問題における比較実験手法を新たに開発していく必要もある。

謝辞

学部, 修士と 3 年間熱心に研究指導等をして頂いた鏑木時彦准教授に深く感謝致します。また, 多大な援助をして頂いた先導的デジタルコンテンツ創成支援ユニットのスタッフの皆様には深く感謝致します。お世話になった若宮幸平助教授, 及び研究室の方々に深く感謝致します。最後に, 6 年間お世話になった音響設計学科 04 年度入学の皆様, 本当にありがとうございました。

参考文献

[1] K.Ishikawa and J.L.Flanagan, "Synthesis of voiced sounds from a two-mass model of the vocal cords", Bell Syst. tech. J., 51, 1233-1268, 1972.

[2] B.R.Story and I.R.Titze "Voice Simulation with a body-cover model of the vocal folds", J. Acoust. Soc. Am., 97, 1249-1260, 1995.

[3] 曲渕健太郎, 田部洋介, 鏑木時彦, "声門流における流れの剥離の影響に関する検討", 音響学会誌, **63**(3), pp.130-138(2007).

[4] Fariborz Alipour, David A. Berry, and Ingo R. Titze "A finite-element model of vocal-fold vibration", J. Acoust. Soc. Am., December 2000, pp3003-3012.

[5] D.A.Berry and I.R.Titze, "Normal Modes in a Continuum Model of Vocal Fold Tissues", J.Acoust.soc.Am., 100(5), p.3345-3354(1996).

[6] 福富隆朗, 仲田昌史, "粒子法による声帯の連続モデル", 電気情報通信学会, 2007-10, pp7-12.

[7] S.Koshizuka, Y.Oka, "Moving particles semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", Nuclear Schience and Engineering, Vol.123, 1996, 421-434.

[8] 越塚誠一, "粒子法", 丸善株式会社, 2005.

[9] 越塚誠一, "粒子法シミュレーション　物理ベース CG 入門", 培風館, 2008.

[10] 宋武燮, 越塚誠一, 岡芳明, "MPS 法による弾性構造体の動的解析", 日本機械学会論文集 (A 編), **71**(701), pp.16-22(2005).

[11] 近藤　雅裕,　越塚 誠一, 鈴木 幸人, "３次元 MPS 法弾性体解析へのシンプレクティックスキームの適用", 日本機械学会論文集, ７２巻, 716 号, 2006-4, 65-70.

[12] 蔦原 道久, M.Watari, 棚橋隆彦, 矢部 孝, "CFD 最前線", 共立出版株式会社, 2007.

[13] M.Tshutahara, A.Tamura, K.Shitaka, "Direct simulation of fluid dynamic sounds by finite difference lattice boltzmann method", WIT Press, 2007.

[14] M.Tshutahara, K.Takeshi, T.Akinori, S,Kenji, "Direct Simulation of edge-tones by finite

difference lattice boltzmann method", The Japan Society of Mechanical Engineers, 2004, 69-70.

[15] Y.Liu, X.Liu, E.Wu, "Real-time 3d fluid simulation on gpu with complex obstacles", In Proc. of the Computer Graphics and Applications, 12th, Pacific Conference on (PG'04), 2004, 247-256.

[16] G.D.Yngve, J.F.O'Brien, J.K.Hodgins, "Animating Explosions", ACM SIGGRAPH, 2000, 29-36.

[17] R.Mei, W.Shyy, D.Yu, L-S.Luo, "Lattice Boltzmann Method for 3d-flow with curved boundary", Journal of Computational Physsics, 2000, 680-699.

[18] Wall WA, RammE, "Fluid-structure Interaction based upon a stabilized(ALE) finite element method", In Proceedings of the-4th World Congress on Computational Mechanics New Trends and Applications, Barcelona:CIMNE, 1998.

[19] H.G.Matthies, J.Steindorf, "Partitioned strong coupling algorithms for fluid-structure interaction", Computers and Structures, 81, 2003, 805-812.

[20] C.Batty, F.Bertail, R.Bridson, T.G.Goktekin, B.E.Feldman, J.F.O'Brien, "A fast variatioal framework for accurate solid-fluid coupling", ACM SIGGRAPH, 2007, Volume 26, Issue 26, Article No.100.

[21] N.Chentanez, T.G.Goktekin, B.E.Feldman, J.F.O'Brien, "Simultaneous coupling of fluids and deformable bodies", ACM SIGGRAPH, 2006, 83-89.

[22] Avi,Robinson-Mosher, T.Shinar, J.Gretarsson, J.Su, R.Fedkiw "Two-way coupling of fluids to rigid and deformable solids and shells", ACM SIGGRAPH, 2008, 95-103.

[23] NVIDIA Corporation, "GPU Gems", Addison-Wesley, 2004.

[24] NVIDIA Corporation, "GPU Gems 2", Addison-Wesley, 2005.

[25] NVIDIA Corporation, "GPU Gems 3", Addison-Wesley, 2007.

[26] NVIDIA Corpolation, "CUDA Programming Guide Version 2.2", NVIDIA Technical Document, 2009.

[27] Randi J. Rost, "OpenGL Shading Language Second Edition", Addison-Wesley, 2006.